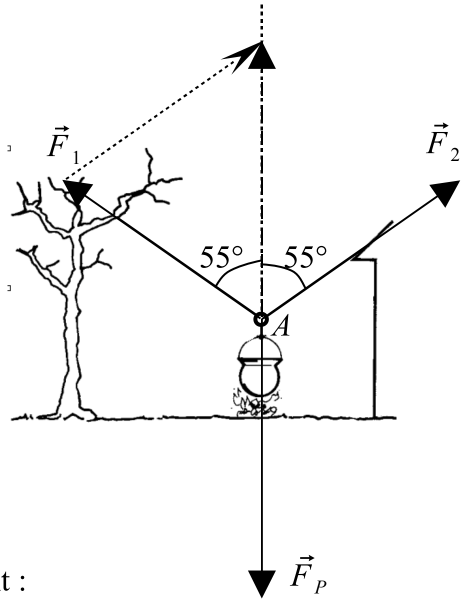
1. Le chaudron.

1.a La force résultante en A est nulle, car le chaudron est immobile au-dessus du feu.

1.b L'échelle du dessin est : 100 [N] $\leftrightarrow$ 1 [cm].
Les trois forces qui agissent sur le point A sont :
$\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ qui correspondent aux tensions dans les cordes.
$\vec{F}_P$ = La force de la pesanteur du chaudron.
On sait que $\vec{F}_P+\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}_{rés}=\vec{0}$, ce qui permet d'en déduire la force de la pesanteur :
$\vec{F}_P=-\left(\vec{F}_1+\vec{F}_2\right)$.



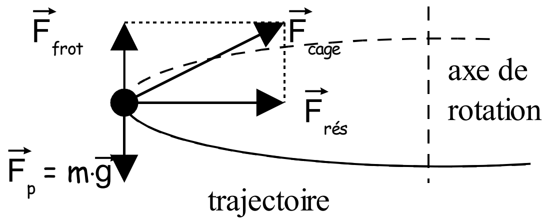
1.c La force de pesanteur est représentée par une flèche d'environ 3,7 [cm], donc elle est d'environ 370 Newtons.
Plus précisément :
$F_P=F_1\cdot\cos(55°)+F_2\cdot\cos(55°)=2\cdot 320\cdot\cos(55°)=367[N]$.

1.d On sait que $F_p = m\cdot g$, En prenant g = 9,81 [N/kg], on obtient :
$m=\frac{F_P}{g}=\frac{367[N]}{9,81[N/kg]}=37,4[kg]$. Le chaudron pèse environ 37 [kg].

---

2. La cage d'une essoreuse.
La force exercée par la cage sur l'objet doit le maintenir sur sa trajectoire circulaire et compenser la force de pesanteur. L'objet suit un MCU.
La force résultante vaut :

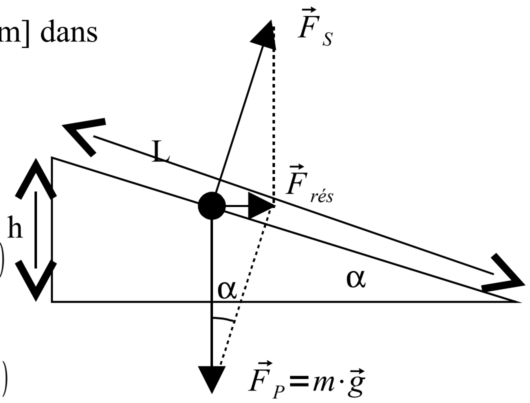
$$F_{rés} = m\cdot a_n = m\cdot\frac{V^2}{R} = m\cdot\frac{(\omega R)^2}{R} = m\cdot\omega^2\cdot R$$



où ω est la vitesse angulaire :
$\omega = 2\cdot\pi\cdot 10 = 62,83$ [s^{-1}]
R = 0,25 [m]
A titre indicatif, la vitesse de l'objet vaut $V = 2\cdot\pi\cdot R\cdot 10$ = 15,7 [m/s] = $\omega\cdot R$.
On sait que $\vec{F}_{rés} = \vec{F}_{cage} + \vec{F}_P$
La cage exerce une force verticale de $F_P = m\cdot g = 0,1\cdot 9,81 = 0,981[N]$ sur l'objet.
Elle exerce une force horizontale de $F_{rés} = m\cdot\omega^2\cdot R = 0,1\cdot 62,83^2\cdot 0,25 = 98,7[N]$
La force exercée par la cage vaut :
$F_{cage} = \sqrt{F_{rés}^2 + F_P^2} = \sqrt{98,7^2 + 0,981^2} = 98,7[N]$
L'angle entre l'horizontale et le vecteur force exercée par la cage vaut
$\arctan\left(\frac{m\cdot g}{F_{rés}}\right) = \arctan\left(\frac{0,981}{98,7}\right) = 0,57°$
Conclusion : la force de la pesanteur est négligeable.

3. Relèvement des virages :

La trajectoire de la voiture est un MCU de rayon R = 350 [m] dans le plan horizontal, la force résultante est donc centripète:
V = 60 [km/h] = 16,67 [m/s]. L = 7,5 [m]



$$F_{rés} = F_{centripète} = m \cdot \frac{V^2}{R}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{F_{rés}}{F_p} = \frac{m \cdot V^2}{m \cdot g \cdot R} = \frac{V^2}{g \cdot R} \left(= 0,08093 \Rightarrow \alpha = 4,627^\circ \right)$$

$$\tan(\alpha) = \frac{h}{\sqrt{L^2 - h^2}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{L^2}{h^2} - 1}} \qquad \left(h = L \cdot \sin(\alpha) = 0,605\,[m] \right)$$

Donc $\frac{L^2}{h^2} - 1 = \frac{1}{\tan^2(\alpha)} \Leftrightarrow \frac{L^2}{h^2} = \frac{1}{\tan^2(\alpha)} + 1 \Leftrightarrow h = \frac{L}{\sqrt{\frac{1}{\tan^2(\alpha)} + 1}} = \frac{L}{\sqrt{\frac{g^2 \cdot R^2}{V^4} + 1}} = 0,605\,[m]$

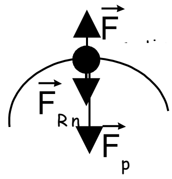
La différence de niveau h est de 0,605 [m].

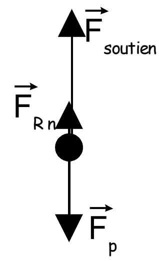
---

4. La force de soutien que le sol exerce sur le skieur vaut F_S et est dirigée vers le haut.

MCU : $F_{rés} = m \cdot \frac{V^2}{R} = 70 \cdot \frac{16,67^2}{35} = 555,6\,[N]$ et $F_p = m \cdot g = 686,7$ [N]

$\vec{F}_{rés} = \vec{F}_P + \vec{F}_S \Leftrightarrow \vec{F}_S = \vec{F}_P - \vec{F}_{rés}$



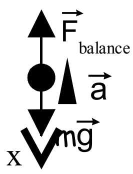


Au sommet de la bosse $\vec{F}_P$ et $\vec{F}_{rés}$ sont dans le même sens, donc
au sommet, la force de soutien = $F_P - F_{rés}$ = 131,1 [N]
Au fond du creux $\vec{F}_P$ et $\vec{F}_{rés}$ sont dans des sens opposés, donc
au fond du creux , la force de soutien = $F_P + F_{rés}$ = 1'242 [N].

---

5. L'ascenseur.
La force qu'il exerce sur la balance égale la force de soutien F_S.

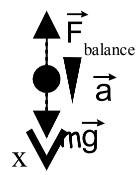
5.a Lorsque l'ascenseur est accéléré vers le haut.



$\vec{F}_{rés} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_P + \vec{F}_S$,

en tenant compte des sens : $F_S = F_P + F_{rés} = m \cdot g + m \cdot a = \underline{\underline{m \cdot (g + a) = F_{balance}}}$

5.b Lorsque l'ascenseur est accéléré vers le bas.

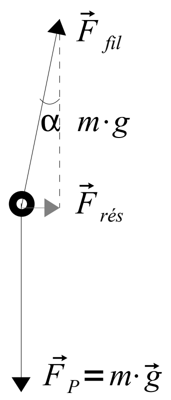


$\vec{F}_{rés} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_P + \vec{F}_S$,

en tenant compte des sens : $F_S = F_P - F_{rés} = m \cdot g - m \cdot a = \underline{\underline{m \cdot (g - a) = F_{balance}}}$

6. Un fil à plomb.

6.a La masse m subit une force résultante égale à $F_{rés} = m \cdot a$.
Elle subit une force de pesanteur $m \cdot g$ et la force de tension dans le fil.
$\vec{F}_{rés} = \vec{F}_{fil} + m \cdot \vec{g}$ et le dessin montre que
$F_{rés} = m \cdot g \cdot \tan(\alpha)$.
Conséquence : $m \cdot g \cdot \tan(\alpha) = m \cdot a$, donc
$\alpha = \tan^{-1}(a/g) = \tan^{-1}(2,0/9,82) = 11,5°$.



6.b La force de tension dans le fil vaut :
$$F_{fil} = \frac{m \cdot g}{\cos(\alpha)} = \frac{0,015 \cdot 9,81}{\cos(11,5)} = 0,150[N] .$$

---

7. Les deux blocs de bois.

7.a Peu importe le bloc retenu, mais le sens de la force changera suivant le bloc.

7.b La poulie sert a changer la direction des forces. Lorsque le système est retenu imobile, on a :
$m_1 \cdot g \cdot \sin(\alpha) - m_2 \cdot g \cdot \sin(\beta)$ = la force pour retenir le système. Son signe indique le sens de la force.

7.c Si le bloc (1) est retenu, la tension dans le fil égale $m_2 \cdot g \cdot \sin(\beta)$.
Si le bloc (2) est retenu, la tension dans le fil égale $m_1 \cdot g \cdot \sin(\alpha)$.

7.d Par la loi d'action - réaction, chaque partie du fil exerce la même force sur chaque autre partie du fil, puisque la force de la pesanteur du fil est nul.
Un autre argument est que sur une partie du fil, la force résultante vaut masse du fil fois accélération, qui est nul vu que la masse du fil est négligeable. Donc les forces qui tirent de chaque côtés du fil sont égales. Si ce n'était pas le cas, le fil accélérerait très rapidement.

7.e Lorsque le système accélère, en supposant que le bloc (1) descent et le (2) monte, on peut écrire :
$F_{\text{rés},1} = m_1 \cdot g \cdot \sin(\alpha) - F_{\text{Tension}} = m_1 \cdot a$ et $F_{\text{rés},2} = F_{\text{Tension}} - m_2 \cdot g \cdot \sin(\beta) = m_2 \cdot a$

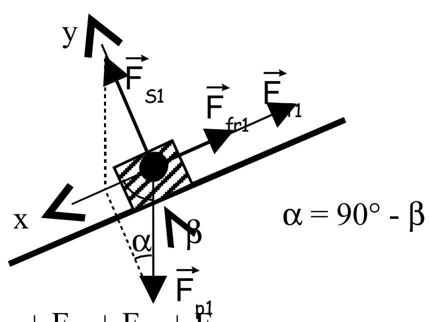
Donc $g \cdot \sin(\alpha) - \dfrac{F_{\text{Tension}}}{m_1} = \dfrac{F_{\text{Tension}}}{m_2} - g \cdot \sin(\beta) \Leftrightarrow g \cdot \left(\sin(\alpha) + \sin(\beta)\right) = F_{\text{Tension}} \cdot \left(\dfrac{1}{m_1} + \dfrac{1}{m_2}\right)$

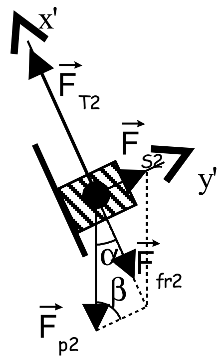
$F_{\text{Tension}} = m_1 \cdot m_2 \cdot g \cdot \left(\sin(\alpha) + \sin(\beta)\right) / \left(m_1 + m_2\right)$

7.f L'accélération vaut : $a = g \cdot \sin(\alpha) - \dfrac{F_{\text{Tension}}}{m_1} = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \cdot \sin(\alpha) - \dfrac{m_2}{m_1 + m_2} \cdot g \cdot \left(\sin(\alpha) + \sin(\beta)\right)$

$a = g \cdot \left(m_1 \cdot \sin(\alpha) - m_2 \cdot \sin(\beta)\right) / \left(m_1 + m_2\right)$. L'écriture est symétrique si on intervertit les 2 blocs.

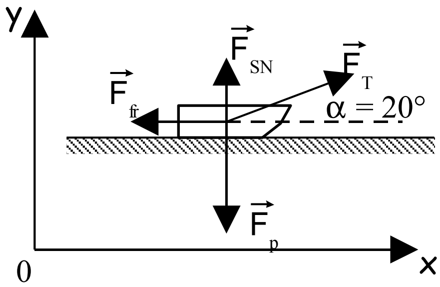
Supposons que c'est le bloc (1) qui descend (si a est négatif, ce sera le bloc (2) qui descend, il faudra alors inverser le sens des forces de frottements) :





$m_1 a_1 = F_{S1} + F_{p1} + F_{T1} + F_{fr1}$ $m_2 a_2 = F_{S2} + F_{p2} + F_{T2} + F_{fr2}$

8. La luge : $\vec{F}_{rés} = m \cdot \vec{a} = \vec{F}_T + \vec{F}_P + \vec{F}_S + \vec{F}_{frot}$



I Selon 0x : $m \cdot a = F_T \cdot \cos(\alpha) - F_{frot} = F_T \cdot \cos(\alpha) - \mu \cdot F_S$

II Selon 0y : $0 = F_T \cdot \sin(\alpha) - F_P + F_S = F_T \cdot \sin(\alpha) - m \cdot g + F_S$

Donc : $F_S = m \cdot g - F_T \cdot \sin(\alpha)$

Donc : I $\Rightarrow$ $m \cdot a = F_T \cdot \cos(\alpha) - \mu \cdot \left(m \cdot g - F_T \cdot \sin(\alpha) \right)$

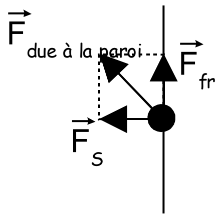
$$\underline{\underline{a = \frac{F_T}{m} \cdot \left(\cos(\alpha) + \mu \cdot \sin(\alpha) \right) - \mu \cdot g}} = \underline{\underline{a = \frac{98\,[N]}{30\,[kg]} \cdot \left(\cos(\alpha) + 0{,}3 \cdot \sin(\alpha) \right) - 0{,}3 \cdot 9{,}81\,[m/s^2]}}$$

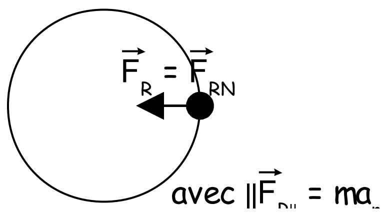
a (α = 0°) = 0,324 [m / s^2]
a (α = 20°) = 0,462 [m / s^2]
a (α = 47°) = 0,0016 [m / s^2] la luge n'accélère presque pas.
a (α = 55°) = –0,267 [m / s^2], en fait la luge est immobile, car la force de frottement dépasse la force de traction

Il est intéressant de constater que l'accélération maximum se fait pour un angle α supérieur à 0°. Il faut que $\cos(\alpha) + \mu \cdot \sin(\alpha)$ soit maximale. Dans ce cas, la dérivée est nulle et donc :
$-\sin(\alpha) + \mu \cdot \cos(\alpha) = 0$, ce qui donne : $\tan(\alpha) = \mu \quad \Leftrightarrow \quad \alpha = \arctan(\mu) = \arctan(0{,}3) = 16{,}7^\circ$.
Dans ce cas, a (α = 16,7°) = 0,4675 [m / s^2].

---

9. Une attraction foraine.





Condition de non-glissement : $m \cdot g = F_{fr} \leq \mu_0 \cdot F_S = \mu_0 \cdot m \cdot a_n = \mu_0 \cdot m \cdot V^2/R = \mu_0 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R^2/R = \mu_0 \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R$

$g \leq \mu_0 \cdot \omega^2 \cdot R \quad \Rightarrow \quad \omega \geq \sqrt{\frac{g}{\mu_0 \cdot R}} = \sqrt{\frac{9{,}81}{0{,}4 \cdot 2{,}5}} = 3{,}13\,[s^{-1}] = 2 \cdot \pi \cdot 0{,}500\,[s^{-1}] = \frac{2 \cdot \pi}{2\,[s]} = \pi\ [s^{-1}]$.

Il faut faire plus d'un demi-tour par seconde. Autrement dit, la période de rotation doit être inférieur à 2 secondes.