

Règles pour le calcul d'incertitude (calcul d'erreur)

Introduction: En physique nous étudions fréquemment le comportement d'une fonction qui dépend d'une ou de plusieurs variables et de constantes ($F = m \cdot g$, $\Delta x = v \cdot \Delta t$, ...). Il nous faut donc estimer l'erreur maximale sur la fonction à partir des erreurs maximales sur les variables et sur les constantes. Jusqu'ici, les règles sur les chiffres significatifs nous donnaient un premier ordre de grandeur des incertitudes.

Définitions: **l'incertitude absolue** Δx représente l'erreur maximale que l'on risque d'avoir commise sur la grandeur x , lors de sa mesure. L'unité est celle de la grandeur mesurée.

l'incertitude relative $\Delta x/x$ représente l'importance de l'incertitude par rapport à la grandeur physique x . Il n'y a pas d'unité mais on l'exprime généralement en %.

Exemple: on mesure la largeur d'une feuille A4.

On mesure $\ell = 21,1$ [cm] et $\Delta \ell = 0,1$ [cm]. L'incertitude absolue vaut 0,1 [cm].

On écrit : $\ell = 21,1 \pm 0,1$ [cm].

L'incertitude relative vaut : $\Delta \ell / \ell = 0,1 / 21,1 = 0,00474 \cong 0,47$ %

Référence: un calcul d'incertitude précis demande l'utilisation du calcul différentiel. Vous trouverez les règles pour le calcul d'incertitude (d'erreur), pour une fonction d'une ou de plusieurs variables, dans votre table CRM à la page 92.

Exemple: On mesure la surface d'une feuille A4 (fonction qui dépend de deux variables).

Formule: $S = a \cdot b$ (S = surface ; a = base; b = hauteur)

Vérification:

Mesures: $a = 29,7 \pm 0,1$ [cm]; $b = 21,1 \pm 0,1$ [cm]

Calculs: $S = 29,7$ [cm] \cdot $21,1$ [cm] = $626,7$ [cm²]

Incetitude relative: $\Delta S/S = \Delta a/a + \Delta b/b = 0,0034 + 0,0047 = 0,0081 = 0,81$ %

Incetitude absolue: $\Delta S = \Delta S/S \cdot S = 0,81 \cdot 626,67 = 5$ [cm²]

Réponse: $S = 627 \pm 5$ [cm²]

Les règles les plus utilisées: (les autres sont dans la table CRM p. 92)

Fonction	$x \pm y$	$x \cdot y$	x / y	x^n
Incetitude absolue	$ \Delta x + \Delta y $			
Incetitude relative		$ \Delta x/x + \Delta y/y $	$ \Delta x/x + \Delta y/y $	$n \cdot \Delta x/x $

Expérience: lorsqu'on mesure une grandeur physique, les sources d'incertitudes viennent de la précision de l'instrument de mesure ainsi que de la précision de la lecture et de la méthode utilisée.

Exemple: On mesure la période T d'un pendule, c'est à dire le temps qui s'écoule entre un aller-retour complet d'une masse qui est suspendue à un fil et qui oscille.

Sources d'incertitudes :

- 1) lecture du chronomètre: $\Delta_1 T = 0,1$ [s]
- 2) précision du chronomètre: (en principe indiquée sur l'appareil)
- 3) précision du déclenchement/arrêt: $\Delta_2 T = 0,2$ [s] (réflexe)

Incrtitude absolue (en négligeant la précision du chronomètre):

$$\Delta T = \Delta_1 T + \Delta_2 T = 0,1 \text{ [s]} + 0,2 \text{ [s]} = 0,3 \text{ [s]}$$

Incrtitude relative : pour $T = 2,0$ [s] on aurait $\Delta T / T = 15$ % (c'est beaucoup!)

Mais si on mesure 10 oscillations, l'incrtitude de lecture sera toujours de 0,1 [s] et l'incrtitude sur l'enclenchement et l'arrêt de 0,2[s], donc l'incrtitude absolue totale de 0,3 [s], tout ceci pour une mesure d'environ 20,0 [s]. L'incrtitude relative sera donc plus faible.

Incrtitude absolue sur 10 T : $\Delta(10 T) = \Delta T = 0,3$ [s]

Incrtitude relative sur 10 T : $\Delta(10 T) / (10 T) = 1,5$ % (nettement mieux)

Et on peut ensuite calculer l'incrtitude absolue sur T : $\Delta T = 0,03$ [s].