1. La chaleur est une énergie, ses unités sont donc les Joules.
La température se mesure en degrés Celsius [°C] ou en Kelvin [K].
La chaleur massique est : $c = Q / (m \cdot \Delta T)$. Ses unités sont donc des [J / (kg · °C)].
On écrit aussi : $[J / (kg \cdot °C)] = [J / (kg \cdot K)] = [J \cdot kg^{-1} \cdot °C^{-1}] = [J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$

2. La chaleur satisfait la relation : $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$.
Pour élever la température de 0,500 [kg] d'eau de 60 [°C], il faut fournir une chaleur de :

$$A = c_{eau} \cdot m \cdot \Delta T = 4{,}18 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right] \cdot 0{,}500\,[kg] \cdot 60\,°C = 125\,'000\,[J].$$

La puissance égale la quantité d'énergie fournie par seconde : $P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{Q}{\Delta t}$.

Donc le temps pour chauffer 500 grammes d'eau de 60 [°C] en fournissant une puissance de 800 [W] est : $\Delta t = \frac{Q}{P} = \frac{125\,'000\,[J]}{800\,[W]} = 157\,[s]$ = $\underline{\underline{\text{2 minutes 37 secondes}}}$.

3. Notons T_f la température d'équilibre.
La chaleur cédée par l'eau égale : $Q_{eau} = c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - 70\,[°C])$.

$c_{eau} = 4{,}18 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{eau} = 1$ [kg] (La chaleur cédée donnera un nombre négatif)

La chaleur reçue par l'huile égale : $Q_{huile} = c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - 10\,[°C])$.

$c_{huile} = 1{,}87 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{huile} = 1$ [kg] (La chaleur reçue donnera un nombre positif)

En tenant compte des signes, la chaleur cédée par l'eau plus la chaleur reçue par l'huile égale 0 [J]. Donc $Q_{eau} + Q_{huile} = 0$ [J].
$c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - 70\,[°C]) + c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - 10\,[°C]) = 0$
$4{,}18 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot (T_f - 70\,[°C]) + 1{,}87 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot (T_f - 10\,[°C]) = 0$
$4{,}18 \cdot (T_f - 70) + 1{,}87 \cdot (T_f - 10) = 0$
$4{,}18 \cdot T_f - 4{,}18 \cdot 70 + 1{,}87 \cdot T_f - 1{,}87 \cdot 10 = 0$
$1{,}87 \cdot T_f + 4{,}18 \cdot T_f = 4{,}18 \cdot 70 + 1{,}87 \cdot 10$ donc $6{,}05 \cdot T_f = 311{,}3$
La température d'équilibre est : $T_f = 311{,}3 / 6{,}05 = \underline{\underline{51{,}5\,[°C]}}$.
La température d'équilibre est nettement plus élevée que la moyenne des températures !

4. Notons T_f la température d'équilibre.
La chaleur reçue par l'eau égale : $Q_{eau} = c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - 10\,[°C])$.

$c_{eau} = 4{,}18 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{eau} = 1$ [kg]

La chaleur cédée par l'huile égale : $Q_{huile} = c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - 70\,[°C])$.

$c_{huile} = 1{,}87 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{huile} = 2$ [kg]

En tenant compte des signes, la chaleur reçue par l'eau plus la chaleur cédee par l'huile égale 0 [J]. Donc $Q_{eau} + Q_{huile} = 0$ [J].
$c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - 10\,[°C]) + c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - 70\,[°C]) = 0$
$4{,}18 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot (T_f - 10\,[°C]) + 1{,}87 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot (T_f - 70\,[°C]) = 0$
$4{,}18 \cdot (T_f - 10) + 3{,}74 \cdot (T_f - 70) = 0$
$4{,}18 \cdot T_f - 4{,}18 \cdot 10 + 3{,}74 \cdot T_f - 3{,}74 \cdot 70 = 0$
$4{,}18 \cdot T_f + 3{,}74 \cdot T_f = 3{,}74 \cdot 70 + 4{,}18 \cdot 10$ donc $7{,}92 \cdot T_f = 303{,}6$
La température d'équilibre est : $T_f = 303{,}6 / 7{,}92 = \underline{\underline{38{,}3\,[°C]}}$.
La température d'équilibre est inférieure à la moyenne des températures, malgré qu'il y ait deux fois plus d'huile chaude, que d'eau froide. Car la chaleur massique de l'huile est inférieure à celle de l'eau.

5. L'énergie potentielle de départ va se convertir en énergie cinétique durant la descente. Puis, lors du choc, **toute** cette énergie cinétique va se transformer en chaleur, appelée aussi énergie thermique et énergie calorifique.

$E_{potentielle}$ --> $E_{cinétique}$ --> Q = chaleur.

$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot V^2 = c \cdot m \cdot \Delta T$ c = chaleur massique du plomb = $0{,}12 \cdot 10^3$ [J/(kg·K)]

De l'égalité entre le premier et le dernier terme, on tire :

$$\Delta T = \frac{m \cdot g \cdot h}{m \cdot c} = \frac{g \cdot h}{c} = \frac{9{,}81 \left[\frac{m}{s^2}\right] \cdot 40\,[m]}{0{,}12 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]} = 3{,}27 \left[\frac{\frac{kg \cdot m^2}{s^2}}{J} \cdot K\right] = \mathbf{3{,}27\ [K\ \text{ou}\ °C]}$$

Si toute l'énergie mécanique se transforme en chaleur transmise à la boule, l'élévation de température sera de 3,27 [°C]. (Pour une variation de température, [°C] égale [K].

Le résultat est indépendant de la masse de la boule !

6. L'énergie totale à fournir est de :

$Q_{eau} = m_{eau} \cdot c_{eau} \cdot \Delta\theta_{eau} = 2 \cdot 4'180 \cdot (98 - 15) = 694'000$ [J] $c_{eau} = 4'186$ [J/(kg·°C)]

$Q_{alu} = m_{alu} \cdot c_{alu} \cdot \Delta\theta_{alu} = 0{,}5 \cdot 897 \cdot (98 - 15) = 37'200$ [J] $c_{alu} = 897$ [J/(kg·°C)]

$Q_{tot} = Q_{eau} + Q_{alu} = 731'000$ [J] (arrondi à trois chiffres significatifs)

Il faudra chauffer pendant un temps :

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P} = \frac{Q_{tot}}{P} = \frac{731'000\,[J]}{1'500\,[W]} = \mathbf{487\ [s]} = 8 \text{ minutes, } 7\ [s]$$

7. Notons T_f la température d'équilibre.

La chaleur cédée par l'eau égale : $Q_{eau} = c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - 50\,[°C])$.

$c_{eau} = 4'180 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{eau} = 0{,}2$ [kg]

La chaleur reçue par le fer égale : $Q_{fer} = c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot (T_f - 20\,[°C])$.

$c_{fer} = 440 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{fer} = 0{,}3$ [kg]

La chaleur cédée par l'eau plus celle reçue par le fer égale 0 [J], donc $Q_{eau} + Q_{fer} = 0$ [J].

$c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - 50\,[°C]) + c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot (T_f - 20\,[°C]) = 0$ [J]

$4{,}18 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot (T_f - 50\,[°C]) + 440 \cdot 0{,}3 \cdot (T_f - 20\,[°C]) = 0$ [J]

$836 \cdot (T_f - 50) + 132 \cdot (T_f - 20) = 0$

$836 \cdot T_f - 836 \cdot 50 + 132 \cdot T_f - 132 \cdot 20 = 0$

$132 \cdot T_f + 836 \cdot T_f = 836 \cdot 50 + 132 \cdot 20$

$968 \cdot T_f = 44'440$

La température d'équilibre est : $T_f = 44'440 / 968 = 45{,}9$ [°C].

La température d'équilibre est nettement plus élevée que la moyenne des températures !

Il est conseiller de résoudre littéralement le problème au lieu de le résoudre numériquement comme ci-dessus. Cela donne : $c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot (T_f - T_{chaud}) + c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot (T_f - T_{froid}) = 0$ [J]

En isolant la température d'équilibre T_f, on obtient :

$$T_f = \frac{c_{eau} \cdot m_{eau} \cdot T_{chaud} + c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot T_{froid}}{c_{eau} \cdot m_{eau} + c_{fer} \cdot m_{fer}} = \frac{4'180 \cdot 0{,}2 \cdot 50 + 440 \cdot 0{,}3 \cdot 20}{4'180 \cdot 0{,}2 + 440 \cdot 0{,}3} = 45{,}9\,[°C] \cdot$$

L'avantage du calcul littéral, c'est qu'il est réutilisable pour un problème similaire.

8. Notons T_f la température d'équilibre.

La chaleur cédée par l'huile égale : $Q_{huile} = c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - 50\ [°C])$.

$c_{huile} = 1'870 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{huile} = 0{,}2\ [kg]$.

La chaleur reçue par le fer égale : $Q_{fer} = c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot (T_f - 20\ [°C]\ )$.

$c_{fer} = 440 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{fer} = 0{,}3\ [kg]$. La chaleur cédée par l'huile plus celle reçue par le fer égale 0 [J], donc $Q_{huile} + Q_{fer} = 0\ [J]$

$c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - 50\ [°C]) + c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot (T_f - 20\ [°C]\ ) = 0$

$1{,}87 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2 \cdot (T_f - 50\ [°C]) + 440 \cdot 0{,}3 \cdot (T_f - 20\ [°C]\ ) = 0$

$374 \cdot (T_f - 50) + 132 \cdot (T_f - 20) = 0$

$374 \cdot T_f - 374 \cdot 50 + 132 \cdot T_f - 132 \cdot 20 = 0$

$132 \cdot T_f + 374 \cdot T_f = 374 \cdot 50 + 132 \cdot 20$

$506 \cdot T_f = 21'340$

La température d'équilibre est : $T_f = 21'340 / 506 = 42{,}2\ [°C]$.

La température d'équilibre est nettement plus élevée que la moyenne des températures, mais moins élevée que dans l'exercice précédent !

Comme pour le problème 7, il est conseiller de résoudre littéralement le problème au lieu de le résoudre numériquement comme ci-dessus. Cela donne :

$c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot (T_f - T_{chaud}]) + c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot (T_f - T_{froid}\ ) = 0\ [J]$

En isolant la température d'équilibre T_f, on obtient :

$$T_f = \frac{c_{huile} \cdot m_{huile} \cdot T_{chaud} + c_{fer} \cdot m_{fer} \cdot T_{froid}}{c_{eau} \cdot m_{eau} + c_{fer} \cdot m_{fer}} = \frac{1'870 \cdot 0{,}2 \cdot 50 + 440 \cdot 0{,}3 \cdot 20}{1'870 \cdot 0{,}2 + 440 \cdot 0{,}3} = 42{,}2 [°C] \cdot$$

L'avantage du calcul littéral, c'est qu'il est réutilisable pour un problème similaire.

C'est le même calcul que pour le problème 7, dans lequel la chaleur massique de l'eau (c_{eau}) a été remplacée par la chaleur massique de l'huile (c_{huile}).

9. La chaleur cédée par la casserole et l'eau égale :

$Q_{cédée} = Q_{eau\_c} + Q_{alu} = c_{eau} \cdot m_{eau\_c} \cdot (50\ [°C] - 60\ [°C]) + c_{alu} \cdot m_{alu} \cdot (50\ [°C] - 60\ [°C])$.

$c_{eau} = 4'180 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{eau\_c} = 2{,}00\ [kg]$ $c_{alu} = 897 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{alu} = 1{,}5\ [kg]$

$Q_{cédée} = 4'180 \cdot 2 \cdot (-10) + 897 \cdot 1{,}5 \cdot (-10) = -97'055\ [J]$

Rappelons que la chaleur cédée est représentée par un nombre négatif.

La chaleur *reçue* par l'eau froide à 10 [°C] égale : $Q_{eau\_f} = c_{eau} \cdot m_{eau\_f} \cdot (50\ [°C] - 10\ [°C])$.

m_{eau_f} = la masse d'eau froide ajoutée.

Rappelons que la chaleur reçue est représentée par un nombre positif.

La chaleur cédée plus celle reçue égale 0 [J], donc $Q_{cédée} + Q_{eau\_f} = 0\ [J]$

$4'180 \cdot m_{eau\_f} \cdot 40 = 97'055\ [J]$, donc il faut rajouter :

$m_{eau\_f} = 97'055 / (4'180 \cdot 40)$ $\underline{\underline{= 0{,}580\ [kg]}}$ d'eau froide pour que la température finale soit de 50 [°C].

10. La chaleur cédée par le verre en pyrex et l'eau égale :
$Q_{cédée} = Q_{eau\_c} + Q_{pyrex} = c_{eau} \cdot m_{eau\_c} \cdot (60\ [°C] - 80\ [°C]) + c_{pyrex} \cdot m_{pyrex} \cdot (60\ [°C] - 80\ [°C])$.

$c_{eau} = 4{,}18 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{eau\_c} = 0{,}300$ [kg] $c_{pyrex} = 830 \cdot 10^3 \left[\frac{J}{kg \cdot °C}\right]$ $m_{pyrex} = 0{,}050$ [kg]

$Q_{cédée} = 4'180 \cdot 0{,}3 \cdot (-20) + 830 \cdot 0{,}050 \cdot (-20) = -25'910$ [J]
Rappelons que la chaleur cédée est représentée par un nombre négatif.

La chaleur *reçue* par l'eau froide à 20 [°C] égale : $Q_{eau\_f} = c_{eau} \cdot m_{eau\_f} \cdot (60\ [°C] - 20\ [°C])$.
m_{eau_f} = la masse d'eau froide ajoutée.
Rappelons que la chaleur reçue est représentée par un nombre positif.

La chaleur cédée plus la chaleur reçue égale 0 [J], donc $Q_{cédée} + Q_{eau\_f} = 0$ [J]

$4'180 \cdot m_{eau\_f} \cdot 40 = 25'910$, donc il faut rajouter :
$m_{eau\_f} = 25'910 / (4'180 \cdot 40)$ = 0,155 [kg] d'eau froide pour que la température finale soit de 60 [°C].

11. Il faut d'abord fournir de la chaleur, pour atteindre la température de fusion du plomb, qui est de 328 [°C] : ($c_{plomb} = 120$ [J/(kg·°C])
Chaleur fournie pour atteindre la température de fusion du plomb :
$Q_1 = c \cdot m \cdot \Delta T = 120 \cdot 0{,}0500 \cdot (328 - 20{,}0) = 1'850$ [J]

Il faut ensuite fournir la chaleur Q_2 pour faire fondre ce kilogramme de plomb :
La chaleur latente de fusion du plomb est : $L_{Fusion} = 0{,}25 \cdot 10^5$ [J / kg]
$Q_2 = m \cdot L_{Fusion} = 0{,}050 \cdot 0{,}25 \cdot 10^5 = 1'250$[J]

L'énergie calorifique totale à fournir égale $Q_1 + Q_2 = 1'850$ [J] + 1'250[J] = **3'100 [J]**.

12. Il est peu vraisemblable que toute la glace va fondre ou que toute l'eau va geler, car la chaleur latente de fusion de la glace est élevée. Donc il est raisonnable de penser que la température d'équilibre sera de 0 [°C]. Si cela était faux, les calculs le montreraient.

Supposons que la température d'équilibre est de 0 [°C].

Calculons l'énergie cédée par l'eau pour arriver à 0 [°C] :
$Q_1 = m_{eau} \cdot c_{eau} \cdot (0\ [°C] - 40\ [°C]) = 1 \cdot 4180 \cdot (0 - 40) = -167'200$ [J]

Calculons l'énergie reçue par la glace pour arriver à 0 [°C] :
$Q_2 = m_{glace} \cdot c_{glace} \cdot (0\ [°C] - (-10)\ [°C]) = 1 \cdot 2'060 \cdot (0 - (-10)) = 20'600$ [J]
$c_{glace} = 2'060$ [J/(kg·°C)]

L'énergie reçue par la glace pour en fondre une partie de la glace de masse m_g^* est :
$Q_3 = m_g^* \cdot L_{eau(f)}$

On a $Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0$ [J], c'est-à-dire : $Q_1 + Q_2 + m_g^* \cdot L_{eau(f)} = 0$ [J]. Donc

$$m_g^* = \frac{-(Q_1+Q_2)}{L_{eau(f)}} = \frac{-(-167'200+20'600)}{3{,}3 \cdot 10^5} = \frac{146'600}{3{,}3 \cdot 10^5} = \mathbf{0{,}444\ [\mathit{kg}] = 444\ \mathit{grammes}}$$

444 grammes de glace vont fondre.

L'état d'équilibre est donc caractérisé par un mélange à 0[°C] de 1,444 [kg] d'eau et 0,556 [kg] de glace. (0,556 = 1 − 0,444)

Remarque : Si l'énergie cédée par l'eau chaude permettait de faire fondre toute la glace, il faudrait alors chercher la température d'équilibre avec une autre relation, c.f. exercice 13.

Remarque :
On a partout utilisé la convention que la chaleur cédée par un corps est représentée par un nombre négatif. Sa température baisse.

La chaleur reçue par un corps est représentée par un nombre positif. Sa température augmente. C'est aussi la chaleur qu'il faut fournir au corps pour élever sa température.

Avec cette convention agréable, on calcule toujours :
$Q = c \cdot m \cdot (T_{finale} - T_{initiale})$ = chaleur cédée ($Q < 0$) ou reçue ($Q > 0$), suivant le signe.

13. Dans l'exercice précédent, on a vu qu'il y a assez d'eau chaude pour réchauffer 1,0 [kg] de glace, puis en faire fondre 440 grammes. Donc ici, les 100 grammes de glaces vont se réchauffer à 0 °C, puis entièrement fondre, pour chauffer à une température entre 0 °C et 40 °C.
On peut écrire :
$\mathbf{Q_{glace} + Q_{fusion} + Q_{eau\ à\ 0\ °C} + Q_{eau\ chaude} = 0\ [J]}$
$Q_{glace} = m_{glace} \cdot c_{glace} \cdot (0\ [°C] - (-10)\ [°C]) = 0{,}10 \cdot 2'060 \cdot (0 - (-10)) = 2'060\ [J]$
= Chaleur reçue par la glace pour élever sa température de −10 °C à 0 °C.
$Q_{fusion} = m_{glace} \cdot L_{fusion\ eau} = 0{,}10\ [kg] \cdot 3{,}3 \cdot 10^5\ [J / kg] = 33'000\ [J]$
= Chaleur reçue par la glace pour la faire fondre et devenir de l'eau à 0 °C.
$Q_{eau\ à\ 0\ °C} = m_{glace} \cdot c_{eau} \cdot (\ T_f\ - 0\ [°C]) = 0{,}10\ [kg] \cdot 4'180\ [J / (kg \cdot °C] \cdot T_f$
= Chaleur reçue par l'eau à 0 °C provenant de la glace fondue.
$Q_{eau\ chaude} = m_{eau\ chaude} \cdot c_{eau} \cdot (\ T_f\ - 40\ [°C]) = 1{,}0\ [kg] \cdot 4'180\ [J / (kg \cdot °C] \cdot (T_f - 40\ °C)$
= Chaleur cédée par l'eau chaude pour faire fondre la glace et la réchauffer.

Mettons tous ce qui précède en une équation, avec la seule inconnue, qui est la température d'équilibre ou la température finale : T_f.
$2'060\ [J] + 33'000\ [J] + 0{,}10\ [kg] \cdot 4'180\ [J/(kg \cdot °C] \cdot T_f + 1{,}0\ [kg] \cdot 4'180\ [J/(kg \cdot °C] \cdot (T_f - 40°C) = 0\ [J]$

Reste à résoudre l'équation à une inconnue ci-dessus.
$35'060 + 418 \cdot T_f + 4'180 \cdot T_f - 4'180 \cdot 40 = 0$
$35'060 + 418 \cdot T_f + 4'180 \cdot T_f - 4'180 \cdot 40 = 0$
$4'598 \cdot T_f\ = 132'140$
La température d'équilibre est de : $T_f\ = 132'140\ /\ 4'598 = 28{,}7\ °C$
C'est raisonnable, l'eau chaude a cédé une bonne partie de son énergie pour réchauffer la glace, la faire fondre puis chauffer cette eau froide provenant de la glace à une température de 28,7 °C.