

Le mouvement circulaire uniforme. MCU

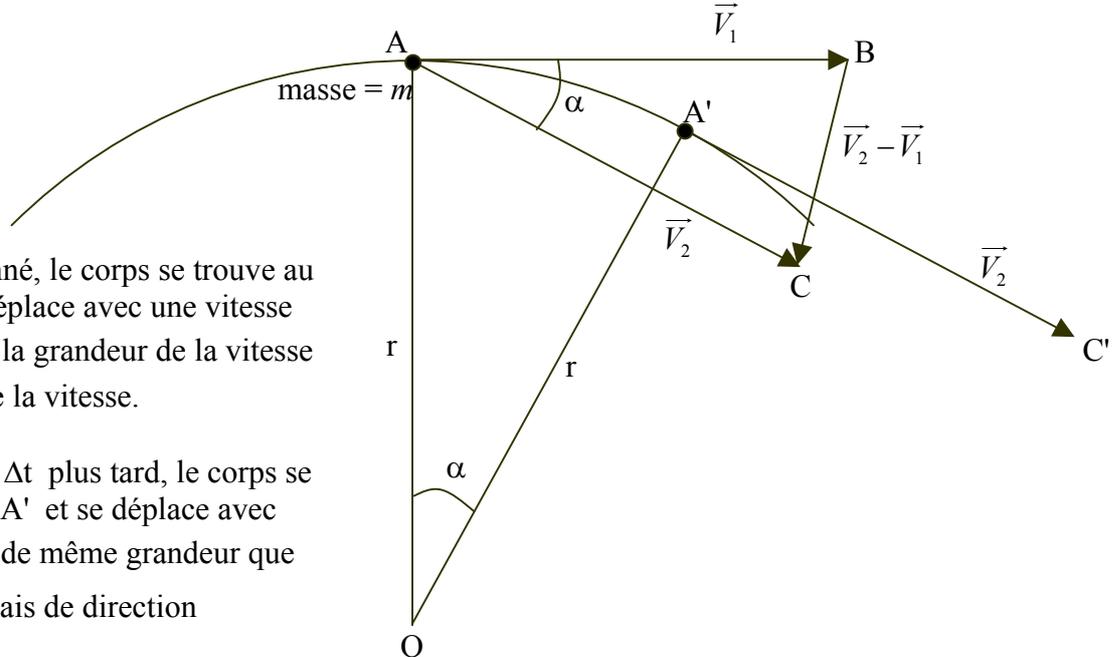
Le but de ce qui suit est de montrer que la force que subit un corps de masse m suivant un mouvement circulaire uniforme est dirigé vers le centre du cercle et vaut : $F = m \cdot \frac{V^2}{r}$ où :

m = la masse du corps

V = la vitesse du corps

r = le rayon du cercle suivi par le corps.

Un mouvement circulaire uniforme est un mouvement à vitesse constante qui suit la trajectoire d'un cercle.



A un instant donné, le corps se trouve au point A et se déplace avec une vitesse \vec{V}_1 qui indique la grandeur de la vitesse et la direction de la vitesse.

Un petit instant Δt plus tard, le corps se trouve au point A' et se déplace avec une vitesse \vec{V}_2 de même grandeur que la vitesse \vec{V}_1 mais de direction différente.

Reportons l'origine du vecteur \vec{V}_2 sur l'origine du vecteur \vec{V}_1 pour pouvoir représenter la différence $\vec{V}_2 - \vec{V}_1$.

Qu'on mesure la distance entre A et A' en ligne droite, ou en suivant l'arc de cercle, cela ne change presque rien, si l'angle α est petit, ce qui est le cas si Δt est petit.

Pour montrer la formule annoncée ci-dessus, partons de la formule : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$

On a par définition que : $\vec{a} = \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t}$ où Δt = temps pris pour aller de A à A' . Δt doit être très petit.

$$\text{Donc } \vec{F} = m \cdot \frac{\vec{V}_2 - \vec{V}_1}{\Delta t} \quad \text{et} \quad F = \|\vec{F}\| = m \cdot \frac{\|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\|}{\Delta t}$$

Géométriquement, les triangles OAA' et ABC sont semblables, donc : $\frac{\|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\|}{AA'} = \frac{V}{r}$ où V = la grandeur de la vitesse du corps.

$$\text{On sait aussi que } AA' = V \cdot \Delta t, \quad \text{donc} \quad \frac{\|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\|}{V \cdot \Delta t} = \frac{V}{r}, \quad \text{donc} \quad \frac{\|\vec{V}_2 - \vec{V}_1\|}{\Delta t} = \frac{V^2}{r}$$

En substituant cette égalité dans la formule de la force, on obtient la formule annoncée : $F = m \cdot \frac{V^2}{r}$