Dynamique (du point matériel)

Dans le chapitre précédent, nous avons appris à décrire le mouvement, nous pouvons nous poser une question plus fondamentale relative à sa cause.

La dynamique étudie les causes des mouvements. Chaque fois qu'un corps au repos se met en mouvement ou qu'un corps en mouvement accélère, ralentit, s'arrête ou change de direction, il est soumis à une force. La notion de force nous vient de l'effort musculaire que nous produisons pour déformer, pousser, lancer ou tirer un objet.

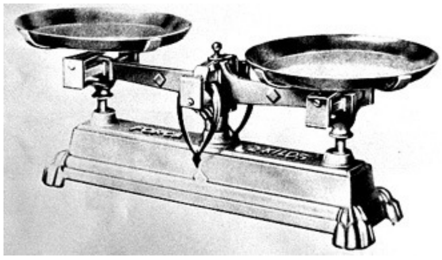
Définition :
On appelle corps tout objet matériel, qu'il soit à l'état solide, liquide ou gazeux. Un litre d'eau ou un litre d'air sont des corps. Une molécule, un atome, une particule sont des corps. La Terre, le Soleil ou n'importe quel astre est un corps.

Nous allons définir précisément la notion de **masse** et la notion de **force**, car ces deux notions sont fondamentales en dynamique.

Définition de la masse

La masse est caractérisée par les cinq propriétés suivantes :

1) Tout corps possède une masse. L'unité du S.I. de la masse est le kilogramme [kg].
2) On peut comparer la masse de deux corps, avec une balance à deux plateaux. Soit les masses des deux corps sont égales, soit l'une est plus grande que l'autre (une masse est plus "lourde" que l'autre).
3) Si on sépare un corps en plusieurs morceaux, la somme des masses des morceaux égale la masse du corps.



4) La masse d'un corps est indépendante de la température, de la pression, du lieu et ne change pas avec le temps.
5) La masse d'un corps constitué d'une matière homogène est proportionnelle au volume du corps. $m = \rho \cdot V$, où m représente la masse, ρ la masse volumique et V le volume.

Remarques :

° La masse d'un corps est la même sur Terre que sur la Lune ou dans l'espace. Elle ne change pas si on chauffe le corps ou si on le déforme.
° Les scientifiques du monde entier se sont mis d'accord pour établir une *masse de référence*. Elle est constituée d'une barre de platine iridiée déposée au bureau international des poids et mesures, près de Paris. Cette barre de platine iridié défini une masse de 1 kilogramme.
° À partir d'une masse de référence, telle que la barre de platine ci-dessus, en utilisant les propriétés de la masse, on peut mesurer en principe la masse de n'importe quel corps.
° Ce sont des constatations *expérimentales* qui montrent que la définition de la masse donnée ci-dessus est cohérente.
° La masse permet de mesurer la *quantité de matière d'un corps*. Un corps composé de X atomes identiques a une masse X fois plus grande que la masse d'un de ces atomes.
  Un corps composé de $6{,}0220 \cdot 10^{23}$ atomes identiques a une masse en grammes égale à la masse atomique des atomes qui le constituent. Par exemple : la masse atomique du carbone est de 12 [g / mole], donc un corps composé de $6{,}0220 \cdot 10^{23}$ atomes de carbone a une masse de 12 grammes.
° Le nombre $6{,}022 \cdot 10^{23}$ s'appelle le nombre d'Avogadro.

Définition de la force

Une <u>force</u> est une grandeur caractérisée par :

1) Une intensité qui se mesure avec un *dynamomètre*. Son unité du S.I. est le **Newton** [**N**].
2) Une direction.
3) Un sens.
4) Un point d'application.
5) Des forces ayant le même point d'application peuvent s'additionner, mais d'une manière spéciale que nous verrons en pages 5 et 6. L'addition des intensités ne donne **pas** une force résultante.

Mesure de l'intensité d'une force :

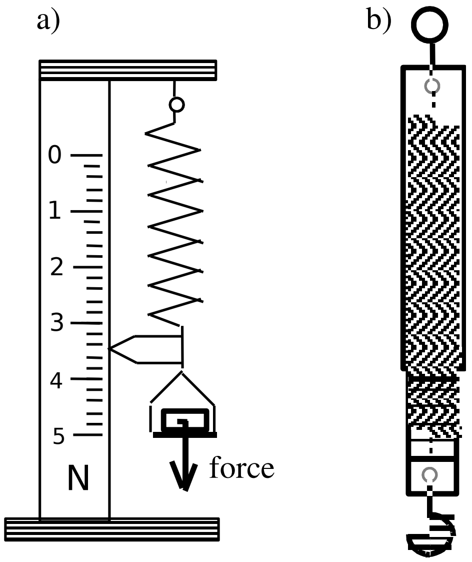
On peut déterminer **<u>l'intensité</u>** d'une force en mesurant l'allongement d'un ressort déformé par la force (a).

Unité du S.I. : **le Newton** Symbole: **[N]**

Instrument de mesure : **<u>le dynamomètre</u>**

Le ressort des dynamomètres utilisés au laboratoire est "enfermé" dans deux cylindres qui coulissent l'un dans l'autre (b).

Dynamomètres



Ici on définit la force par sa propriété de déformer un ressort. La force est proportionnelle à l'élongation du ressort. On écrit : $F = k \cdot x$ où

F = la force appliquée sur le ressort, dans la direction de la longueur du ressort. [N]
x = l'élongation du ressort. [m]
k = un coefficient de proportionnalité. [N / m]

A la surface d'une planète ou d'un astre, si on accroche une masse au bout d'un ressort tenu verticalement, l'élongation du ressort est proportionnelle à la masse. Donc la force qu'exerce la masse sur le ressort est proportionnelle à la masse. on a : $\boxed{F_P = m \cdot g}$

F_p = force de la pesanteur. [N]
m = masse du corps. [kg]
g = une constante. [N / kg] ou [m / s^2]
Sur la Terre, en Suisse, $g = 9{,}81$ [m / s^2] = l'accélération de la pesanteur.

On dit qu'une force est une **grandeur vectorielle** car en plus d'une intensité, elle est caractérisée par une direction et un sens. Pour indiquer cela, on place une flèche au-dessus du symbole qui représente une force : $\vec{F}$

Pour symboliser **l'intensité** (ou la norme) d'une force on écrit :

F (sans flèche) (ou comme dans le cours de mathématiques $\| \vec{F} \|$)

Exemple : notation correcte : $F = \| \vec{F} \| = 3{,}7 \cdot 10^4$ [N]

notation fausse : $\vec{F} = 3{,}7 \cdot 10^4 \, [N]$ donc $\cancel{\vec{F} = 3{,}7 \cdot 10^4 \, [N]}$

Exemple de forces :

Quelques exemples de forces rencontrées tous les jours:

- La **force de gravitation** : elle est directement liée à l'interaction fondamentale gravitationnelle. La **force de pesanteur** est la force de gravitation à la surface d'une planète.

- La **force de Coulomb** : elle est directement liée à l'interaction fondamentale électromagnétique. Comme cette interaction est 10^{38} fois plus forte que l'interaction gravitationnelle, cela explique pourquoi le "monde tient debout", pourquoi il est impossible de séparer tous les électrons et tous les noyaux, ne serait ce que dans un gramme de matière, etc.

• Toutes les forces suivantes sont indirectement liées à l'interaction électromagnétique :
- Les **forces de frottement** (elles se répartissent en différents types : frottements solide-solide, solide-liquide, etc.).
- Les **forces de soutien**
- Les **forces de rappel** des ressorts
- Les **forces musculaires**
- Les **forces de traction (ou motrices)** des moteurs à essence, électrique, ou autre…
- Les **forces** dues à des réactions chimiques (effets dus aux explosions chimiques par ex.)

Les **forces** peuvent *déformer* des objets et sont toujours la *cause d'une modification d'une vitesse*.

Exemples :
- La masse d'un objet posé sur un coussin se trouvant sur une table en modifie sa forme.
- La force de traction d'une voiture en ligne droite provoquera un changement du mouvement de translation de la voiture.
- La force exercée par le moteur d'un carrousel changera le mouvement de rotation du carrousel.
- La force qu'exerce le Soleil sur la Terre fait changer la direction de la vitesse de la Terre.

Remarque : Nous symboliserons tout objet soumis à une ou plusieurs force(s) par **un point** !
D'où le terme de "**Dynamique du point matériel**".

Grandeurs scalaires et grandeurs vectorielles.

Les forces sont représentées avec une flèche au-dessus de la lettre '*F*' : $\vec{F}$.

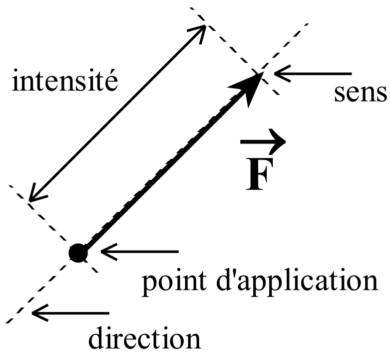
Cette notation indique que la force n'est pas une grandeur **scalaire**, mais **vectorielle**.

Certaines grandeurs n'ont *pas* de caractère géométrique, elles sont complètement définies par un nombre et une unité. Ces grandeurs sont appelées <u>grandeurs scalaires</u>.
Exemples de grandeurs scalaires : la masse **m**, la température **T**, le temps **t**, la pression **p**.
D'autres grandeurs *ont un caractère géométrique*, elles sont dites <u>grandeurs vectorielles</u> ou <u>vecteurs</u>.
Exemples de *grandeurs vectorielles* : le déplacement $\vec{d}$, la vitesse $\vec{v}$, la force $\vec{F}$.
Elles ne sont complètement définies **que** si on en connaît **4** caractéristiques :

Caractéristiques d'une flèche représentant une force :

- L'**intensité** d'une force (mesurée en Newtons [N]) n'est pas la seule caractéristique de cette force. Il y a aussi :
- sa **direction** (ou sa droite d'action),
- son **sens**,
- son **point d'application**.

Représentation d'une force par une flèche :



On représente une grandeur vectorielle par une flèche, dont la longueur est proportionnelle à l'intensité selon une échelle **qui est chaque fois précisée**.

Voici un exemple d'échelle : 1 [cm] ↔ 10 [N]

Addition et soustraction de vecteurs
Sauf cas particulier (vecteurs de même direction) on ne peut additionner (ou soustraire) les intensités. Nous aurons recours à une méthode graphique en sorte à tenir compte du caractère géométrique des vecteurs : Cette méthode est décrite à la page suivante.

Addition de vecteurs par la méthode du parallélogramme
Dans la plupart des cas, plusieurs forces agissent sur un corps. De fait, nous seront obligés de calculer la résultante de plusieurs forces agissant sur un corps pour prédire quel sera l'effet résultant de l'application de ces forces sur ce corps.

La <u>force résultante</u> est la force qui, à elle toute seule, aurait le même effet que l'ensemble des forces qui agissent sur un corps.

Voici comment on additionne des forces représentées par des flèches.

- Dans un premier temps, on représente ces forces par des flèches dont les longueurs expriment les intensités selon une échelle judicieusement choisie : 1 [cm] ↔ n [N] (n = 1 [N] dans l'exemple ci-dessous). Sauf cas particulier (vecteurs de même direction), on ne peut additionner (ou soustraire) les intensités.
- Dans un second temps :

1) on trace à l'extrémité du vecteur $\vec{F}_1$ une droite parallèle à $\vec{F}_2$.

2) on trace à l'extrémité du vecteur $\vec{F}_2$ une droite parallèle à $\vec{F}_1$.

3) on trace le vecteur résultant $\vec{F}_{rés\,1;2}$: même point d'application que $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$, extrémité située à l'intersection des 2 droites tracées précédemment.

Exemple : 1 N ↔ 1 cm

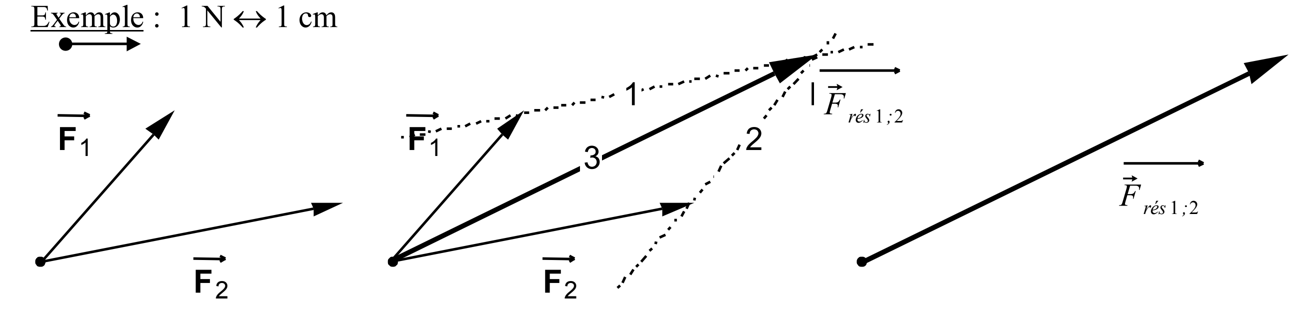


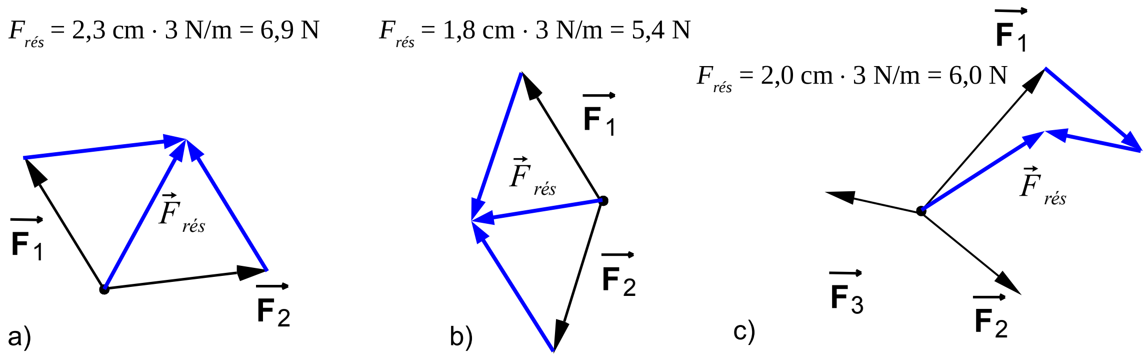
Figure 1 Figure 2 Figure 3

- Dans un troisième temps, on constate ! Les forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ agissant sur un objet représenté par un point dans la figure 1 ci-dessus induisent sur cet objet le même effet que la force (virtuelle !...) $\vec{F}_{rés\,1;2}$ dans la figure 3 ci-dessus : on dit que $\vec{F}_{rés\,1;2}$ est la **force résultante** de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$.

Petit exercice… :

Dessinez la résultante des forces $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ (et $\vec{F}_3$) ci-dessous (1 [cm] ↔ 3 [N])

$F_{rés}$ = 2,3 cm · 3 N/m = 6,9 N $F_{rés}$ = 1,8 cm · 3 N/m = 5,4 N $F_{rés}$ = 2,0 cm · 3 N/m = 6,0 N



Dans chaque cas, mesurez la résultante en [N].

Les lois de la dynamique.

Sir Isaac Newton (Grande- Bretagne, 1642-1727) fut mathématicien et astronome aussi bien que physicien et mécanicien, expérimentateur aussi bien que théoricien. Son œuvre constitue sans conteste le plus grand moment de la science moderne telle qu'elle s'est constituée après la Renaissance. Il renouvela l'analyse et la géométrie en inventant le calcul différentiel et intégral, dont il partage la paternité avec Leibniz, ouvrit le domaine de l'optique physique, il fonda la mécanique rationnelle en unifiant la mécanique céleste de Kepler et la mécanique terrestre de Galilée.

La "Pomme de Newton" fait allusion à la circonstance qui mit Newton sur la trace des lois de l'attraction universelle. Ayant observé la chute d'une pomme sous l'influence de son poids (force de pesanteur ou force de gravitation locale), il pensa que le mouvement de la Lune autour de la Terre pouvait s'expliquer par une force de même nature. Subséquemment, il repensa la dynamique et énonça trois lois fondamentales :

I. 1ère loi de Newton (ou principe d'inertie, ou encore principe de Galilée)

L'observation montre ***que si la force résultante agissant sur un corps est nulle, alors ce corps reste soit au repos (immobile), soit en mouvement rectiligne uniforme***.
Autrement dit, si la force résultante agissant sur un corps est nulle, alors sa vitesse ne varie ni en direction ni en intensité.

Par exemple, Une personne qui saute d'un avion voit sa vitesse augmenter, jusqu'à ce que la force de gravitation soit compensée par les forces de frottements. Dans ce cas, elle tombe à vitesse constante. L'expérience montre que cette vitesse est proche de 200 [km/h].

II. 2ème loi de Newton (ou loi fondamentale de la dynamique)

L'expérience montre que ***lorsque la résultante des forces agissant sur un corps est non nulle, sa vitesse varie (en direction et/ou en intensité).*** Ce corps subit donc une accélération qui a même direction et même sens que la force. Pour obtenir la même accélération, il faut une plus grande force, si la masse est plus grande. Pour une même force, l'accélération est plus petite si la masse est plus grande. Il y a une relation entre la force résultante $\vec{F}_{résultante}$, la masse m et l'accélération $\vec{a}$ telle que :

$$\boxed{\vec{F}_{résultante} = m \cdot \vec{a}}$$ *(CRM page128)*

Remarques :

- Cette relation montre que : un newton vaut : $1\,[N] = 1\left[kg \cdot \frac{m}{s^2}\right]$.
- Si $\vec{F}_{résultante} = \vec{0}$ alors $\vec{a} = \vec{0}$ donc $\vec{V} = \overrightarrow{constante}$, on retrouve le principe d'inertie comme cas particulier de la loi fondamentale.
- La force résultante qui s'exerce sur un objet nous permet de savoir quelle est son accélération ! Cette constatation donne une démarche permettant de résoudre la plupart des problèmes de dynamique :
- On a vu que la **force de la pesanteur** égale : $\vec{F}_P = m \cdot \vec{g}$.

  Donc *si c'est la seule force* qui s'applique sur un corps de masse m, on a : $\vec{F}_{résultante} = \vec{F}_P = m \cdot \vec{g}$,

  donc $m \cdot \vec{a} = m \cdot \vec{g}$ donc $\vec{a} = g$

  L'accélération d'un corps soumit uniquement à la force de la pesanteur égale l'accélération de la gravitation.

III. 3ème loi de Newton (ou principe d'action et réaction)

Lorsqu'un corps (A) exerce une force $\vec{F}_A$ sur un corps (B), le corps (B) réagit en exerçant une force $\vec{F}_B$ sur le corps (A) telle que $\vec{F}_B = -\vec{F}_A$. *(Table CRM page132)*

Cette loi affirme le fait qu'une force n'existe jamais seule. Par conséquent, il ne faut pas seulement parler de force, mais d'interaction.
Il est impossible de pousser un objet sans être repoussé dans l'autre sens.

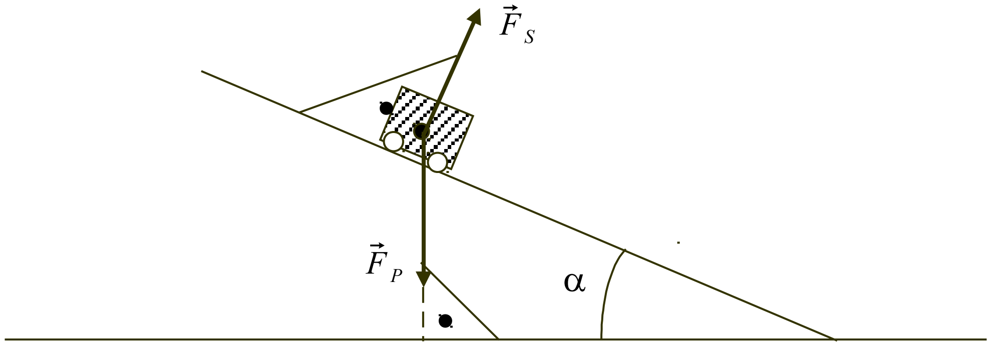
Parmi les quatre interactions fondamentales, nous n'en étudions qu'une en première et deuxième année, à savoir l'interaction gravitationnelle.

Le plan incliné :

Prenons un corps de masse m qui se trouve sur un plan incliné, il subit *au moins* deux forces :

- la force de pesanteur $\vec{F}_P = m \cdot \vec{g}$
- la force de soutien du plan $\vec{F}_S$ de réaction du plan, qui est toujours orientée perpendiculairement à la surface du plan incliné.

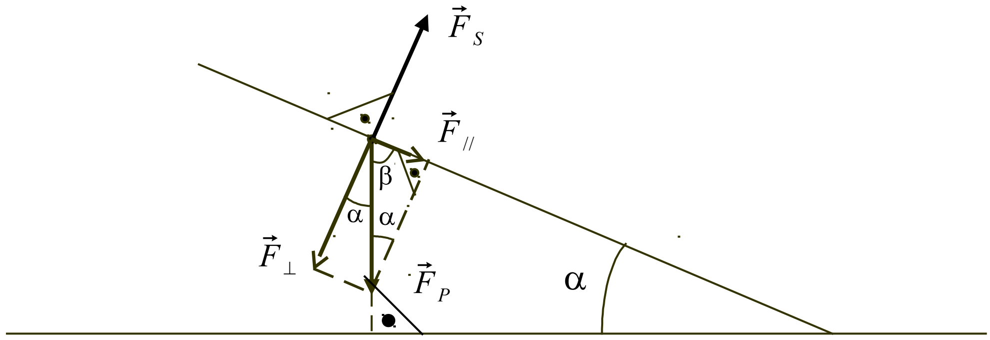
La figure ci-dessous nous montre la représentation vectorielle du problème.



Connaissant la masse m, que vaut la force de soutien $\vec{F}_S$?

Dans la situation du plan incliné, on va décomposer $\vec{F}_P$ en deux composantes :

- une composante parallèle au plan, que l'on notera $\vec{F}_{//}$;
- une composante perpendiculaire au plan que l'on notera $\vec{F}_\perp$.



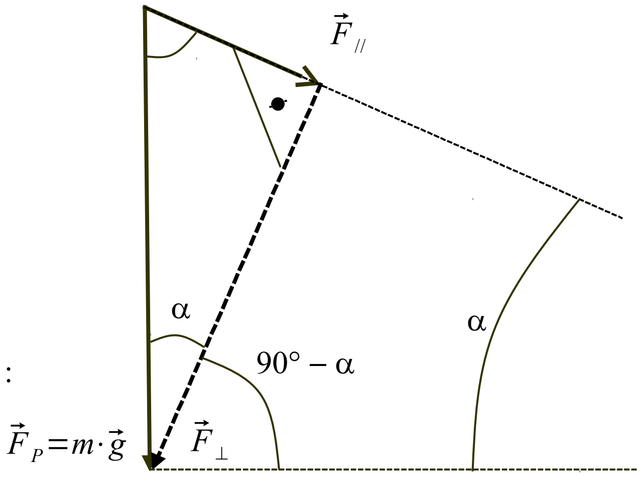
Il est aisé de vérifier que l'addition vectorielle des deux composantes $\vec{F}_{//}$ et $\vec{F}_\perp$ redonne bien $\vec{F}_P$.
Par expérience, nous savons que l'objet ne va pas traverser le plan incliné, ni décoller de sa surface, donc la somme vectorielle de la force de soutien avec la force de pesanteur $\vec{F}_S + \vec{F}_P$ est parallèle au plan.

On en déduit :

- $\vec{F}_S$ est compensée par $\vec{F}_\perp$, les deux forces s'annulent mutuellement : $\boxed{\vec{F}_S + \vec{F}_\perp = 0}$

  Donc $\boxed{F_S = F_\perp}$.
- La force $\vec{F}_{//}$ est représentée par la projection orthogonale de $\vec{F}_P$ sur le plan.

On connaît les directions des forces $\vec{F}_S$ et $\vec{F}_{//}$, reste à savoir comment calculer leur intensité.



Remarquez que $m\cdot g$, $F_{//}$ et $F_\perp$ correspondent aux trois longueurs d'un triangle rectangle,
$m\cdot g$ étant la longueur de l'hypoténuse,
$F_{//}$ étant la longueur du côté opposé à α,
$F_\perp$ étant la longueur du côté adjacent à α.

Réfléchissez pour montrer que l'angle α du plan incliné se retrouve dans le triangle des forces.

La trigonométrie dans un triangle rectangle nous indique que :

$$\sin(\alpha) = \frac{F_{//}}{m\cdot g} \quad \text{et} \quad \cos(\alpha) = \frac{F_\perp}{m\cdot g}$$

Donc $\boxed{F_{//} = m\cdot g\cdot\sin(\alpha)}$ et $\boxed{F_S = F_\perp = m\cdot g\cdot\cos(\alpha)}$

α = l'angle d'inclinaison du plan incliné.

Dans le cas général, le corps subit 4 forces :

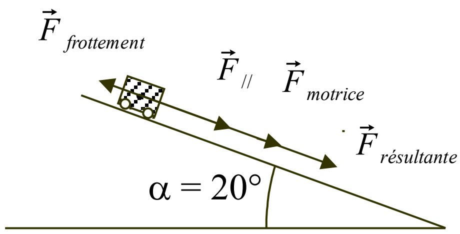
- La force de pesanteur : $\vec{F}_P = m\cdot\vec{g}$
- La force de soutien : $\vec{F}_S$
- La force de frottement : $\vec{F}_{frottement}$ parallèle au sol.
- La force motrice : $\vec{F}_{motrice}$ parallèle au sol.

La force résultante égale la somme vectorielle de ces 4 forces : $\vec{F}_{résultante} = m\cdot\vec{g}+\vec{F}_S+\vec{F}_{frottement}+\vec{F}_{motrice}$

Rappelons que $\vec{F}_S+m\cdot\vec{g} = \vec{F}_{//}$ est parallèle au sol.

Donc $\boxed{F_{résultante} = \pm F_{//} \pm F_{frottement} \pm F_{motrice}}$ les signes dépendent de la situation.

Le signe est **positif** lorsque la force est dans le **même sens** que la force résultante.
Le signe est **négatif** lorsque la force est dans le **sens opposé** à la force résultante.



Exemple :
L'égalité vectorielle : $\vec{F}_{résultante} = \vec{F}_{//} + \vec{F}_{frottement} + \vec{F}_{motrice}$

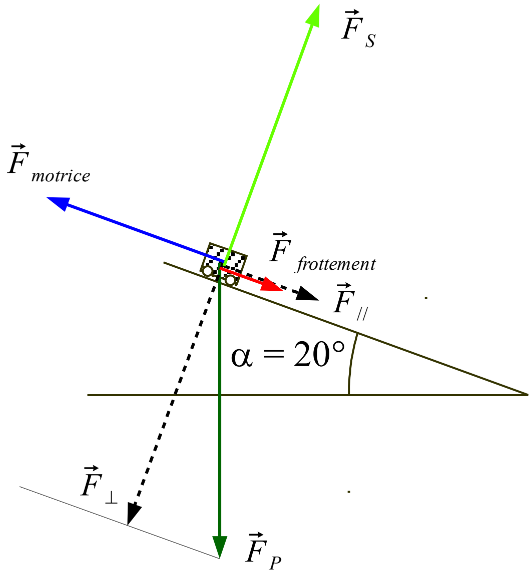
devient : $F_{résultante} = F_{//} - F_{frottement} + F_{motrice}$
La force de frottement est de signe négatif,
car elle est de sens opposé à la force résultante.

Rappelons que **l'accélération** vaut : $\boxed{a = \frac{\vec{F}_{résultante}}{m}}$

Exercices - exemples :

Problème 1 :

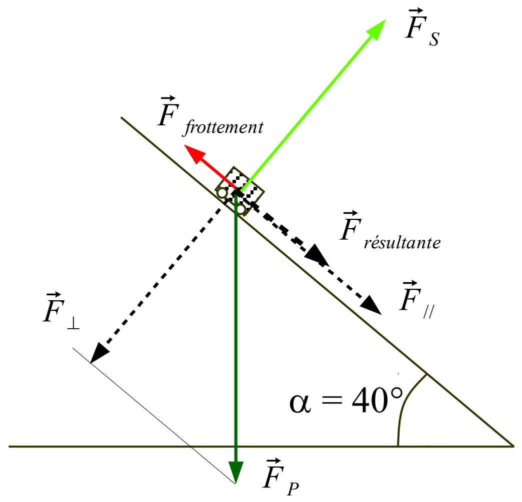
Un tracteur de 400 kilogrammes monte une pente inclinée de 20°.
Dessinez toutes les forces qui agissent sur ce tracteur.
La force de frottement égale 900 [N].
La force motrice vaut 2'500 [N].
g = 9,81 [m/s^2] = 9,81 [N/kg].
Précision demandée : le millimètre.
Notez ci-dessous l'intensité de chaque force.
Quelle est l'accélération du chariot ?



Échelle : 1 [cm] ↔ 1000 [N]
Force de pesanteur : $F_P = m \cdot g = 400 \cdot 9{,}81 = 3'924$ [N]
Force de soutien : $F_S = F_P \cdot \cos(\alpha) = 3'924 \cdot \cos(20°) = 3'690$ [N]
Force parallèle : $F_{//} = F_P \cdot \sin(\alpha) = 3'924 \cdot \sin(20°) = 1'340$ [N]
La force résultante vaut : $F_{rés} = F_{motrice} - F_{frottement} - F_{//} = 2'500 - 900 - 1'340 = 260$ [N].
Elle est trop courte pour être représentée sur le dessin, mais est parallèle à $F_{motrice}$ de 2,6 mm de longueur.
On en déduit l'accélération du tracteur qui vaut : $a = F_{rés} / m = 260 / 400 = 0{,}65$ [m/s²].

Problème 2 :

Un chariot de 400 kilogrammes descend une pente inclinée de 40°.
Dessinez toutes les forces qui agissent sur ce chariot.
La force de frottement égale 900 [N].
La force motrice est nulle.
g = 9,81 [m/s^2] = 9,81 [N/kg].
Précision demandée : le millimètre.
Notez ci-dessous l'intensité de chaque force.
Quelle est l'accélération du chariot ?



Échelle : 1 [cm] ↔ 1000 [N]
Force de pesanteur : $F_P = m \cdot g = 400 \cdot 9{,}81 = 3'924$ [N]
Force de soutien : $F_S = F_P \cdot \cos(\alpha) = 3'924 \cdot \cos(40°) = 3'000$ [N]
Force parallèle : $F_{//} = F_P \cdot \sin(\alpha) = 3'924 \cdot \sin(20°) = 2'520$ [N]
La force résultante vaut : $F_{rés} = F_{//} - F_{frottement} = 2'520 - 900 = 1'620$ [N].
On en déduit l'accélération du tracteur qui vaut : $a = F_{rés} / m = 1'620 / 400 = 4{,}05$ [m/s²].
C'est une grande accélération, car la pente est raide et la force de frottement est faible pour un objet de 400 [kg].

Exercices qui suivent le cours de dynamique.

1) Donnez trois exemples de corps.

2) La masse d'un corps est-elle plus grande ou plus petite sur Mars que sur la Terre ?

3) Avec quel instrument mesure-t-on une force ?

4) Soit une force qui allonge un ressort de 7 centimètres. Quelle est l'allongement du ressort si on double la force? Et si on triple la force ?

5) Quelle force exerce une masse de 1 kilogramme sur la Terre ?
La force exercée par cette masse sur la Lune, sera-t-elle la même ?

6) Est-il exact d'écrire $\vec{F} = 3$ [N], pour indiquer l'intensité d'une force ?

7) Donnez plusieurs exemples de forces.

8) Quelle différence y a-t-il entre une force et une interaction ?

9) Combien d'interactions fondamentales existe-t-il ?
Laquelle est étudiée en deuxième année ? Laquelle est étudiée en troisième année ?

10) Quelle différence(s) y a-t-il entre une grandeur scalaire et une grandeur vectorielle ?

11) Additionnez les vecteurs de la page 6 et indiquez l'intensité de la force résultante sachant que 1 centimètre représente 3 newtons.

12) Dessinez cinq forces telles que la force résultante soit nulle.

13) Qui était Newton ?

14) Que dit la loi fondamentale de la dynamique ?

15) Est-il exact que la $1^{ère}$ loi de Newton est une conséquence de la $2^{ème}$ loi de Newton ?

16) Si vous tirez sur une corde avec une force de 80 newtons, avec quelle force la corde vous tire-t-elle ?

17) Si je double la distance entre deux masses, leur force d'attraction va-t-elle diminuer ou augmenter ? De quel facteur ?

18) Calculez les valeurs du sinus et cosinus des angles suivants : 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90°.
Vérifiez sur ces exemples que $\cos(90° - \alpha) = \sin(\alpha)$.

19) Quelle est l'accélération d'un skieur sur une pente de 60 degrés ? Les forces de frottement seront négligées...