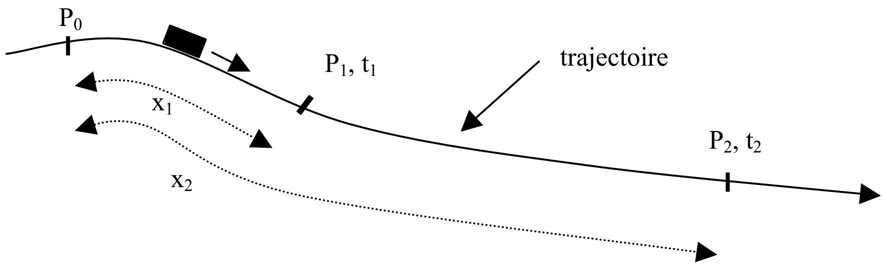
Dans ce cours, les mots soulignés, correspondent à des définitions.

Cinématique

I. Position et déplacement, instant et durée :

On cherche ici à décrire le mouvement des corps sans s'occuper de leurs causes, on s'occupera des causes dans le chapitre intitulé "dynamique".

On peut décrire le mouvement d'un corps en indiquant :
- sa *trajectoire*, c'est-à-dire l'ensemble des positions dans l'espace au cours du temps.
- sa *position* à divers instants. On notera x_1, x_2, etc. les diverses positions.
- sa *vitesse* à divers instants. On notera V_1, V_2, etc. les diverses vitesses.



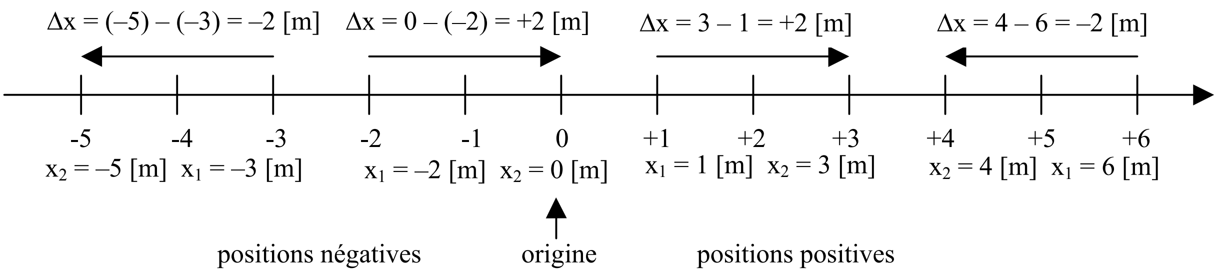
Une fois la trajectoire définie, il faut choisir un **point de repère** P_0 sur la trajectoire.
Ce point de repère est appelé l'origine.
Il faut également choisir une **direction** le long de la trajectoire.
Chaque position est définie par la distance le long de la trajectoire, entre l'origine et le point correspondant à cette position.
Les distances seront comptées *positivement dans la direction choisie* et *négativement dans la direction opposée*.
Par exemple, sur le dessin ci-dessus.
La position x_1 est définie par la longueur le long de la trajectoire entre les points P_0 et P_1.
La position x_2 est définie par la longueur le long de la trajectoire entre les points P_0 et P_2. etc.
On notera t_1 l'instant où le corps se trouve à la position x_1.
On notera t_2 l'instant où le corps se trouve à la position x_2. etc.
On notera V_1 la vitesse du corps à l'instant t_1.
On notera V_2 la vitesse du corps à l'instant t_2. etc.
La **vitesse** et **l'accélération** seront définies précisément plus tard.

Souvent on s'intéresse au déplacement entre deux positions x_1 et x_2. Ce déplacement est $x_2 - x_1$.
Nous écrirons souvent $\mathbf{\Delta x}$ pour $\mathbf{x_2 - x_1}$. Donc $\boxed{\mathbf{\Delta x = x_2 - x_1}}$

Souvent on s'intéresse à la durée entre deux instants t_1 et t_2. Cette durée est $t_2 - t_1$.
Nous écrirons souvent $\mathbf{\Delta t}$ pour $\mathbf{t_2 - t_1}$. Donc $\boxed{\mathbf{\Delta t = t_2 - t_1}}$

Le symbole Δ signifie "*différence de*", il se lit "*delta*", c'est la 4ème lettre majuscule grecque.

L'axe suivant illustre des positions et des déplacements positifs et négatifs.
Le déplacement est positif quand $\mathbf{x_2}$ est plus grand que $\mathbf{x_1}$, négatif quand $\mathbf{x_2}$ est plus petit que $\mathbf{x_1}$:



II.1 Vitesse constante, Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU):

Dans ce chapitre, nous nous restreindrons à une dimension. Ce qui signifie que nous ne considérerons que des **trajectoires en lignes droites**.
Si x_1 est la position d'un corps à l'instant t_1 et x_2 sa position à l'instant t_2,
on définit la <u>vitesse moyenne</u> du corps entre les instantes t_1 et t_2 par : $\boxed{V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \left[\frac{m}{s}\right]}$

Si la vitesse moyenne du corps est la même pour toutes les durées Δt, alors le corps se déplace à **vitesse constante** et le déplacement Δx est *proportionnel* à la durée Δt.

Dans le cas de vitesse constante, on a : $\boxed{\Delta x = V \cdot \Delta t}$

On peut aussi l'écrire de la façon suivante : $\boxed{x_2 = x_1 + V \cdot (t_2 - t_1)}$ c'est <u>l'équation horaire</u> du MRU.

On considère toujours des durées Δt positives.
Donc une *vitesse positive* correspond à un *déplacement positif.*
Donc une *vitesse négative* correspond à un *déplacement négatif.*
Une *vitesse nulle* correspond à un *déplacement nul*, c'est à dire à un corps qui ne se déplace pas.

Si l'on considère les déplacements de la figure de la page précédente et que chaque déplacement s'est effectué en 0,4 secondes, on trouve les vitesses suivantes :

Dans le premier exemple ($x_1 = -3$ [m], $x_2 = -5$ [m]) : $V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2\,[m]}{0{,}4\,[s]} = -5 \left[\frac{m}{s}\right]$

Dans le deuxième exemple ($x_1 = -2$ [m], $x_2 = 0$ [m]) : $V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+2\,[m]}{0{,}4\,[s]} = +5 \left[\frac{m}{s}\right]$

II.2 Représentations graphiques d'un MRU

Une manière très pratique pour visualiser le comportement d'un corps en mouvement est la représentation graphique.
A partir de l'exemple suivant, nous allons étudier la marche à suivre pour construire un graphique et l'exploiter .

Imaginons trois nageurs qui font un cent mètres aller, puis retour dans une piscine :
- le premier fait l'aller en 40 [s] et le retour en 50 [s]
- le deuxième fait l'aller en 25 [s] et le retour en 80 [s]
- le troisième a pour avantage de commencer la course 20 [m] après le point de départ, effectue l'aller en 40 [s], fait 60 [m] du retour en 30 [s] et abandonne !

Comment représenter la position et la vitesse de chacun des nageurs graphiquement ?

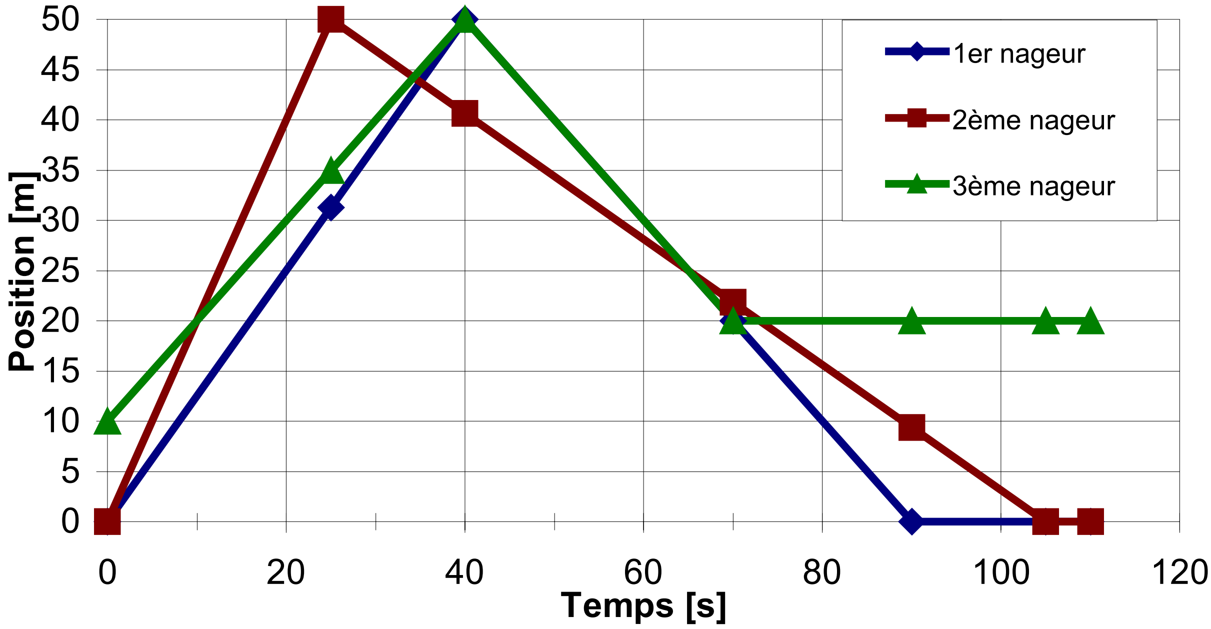
Il faut tout d'abord préciser que les nageurs se déplacent à vitesse constante sur une longueur et que le changement de direction des nageurs (au bout de la piscine) se passe de manière immédiate.

La représentation de la position en fonction du temps s'appelle un <u>graphique horaire</u>.
L'axe des abscisses représente le temps et l'axe des ordonnées la position.

Pour que la situation soit claire pour le lecteur (vous en l'occurrence), il faut choisir une origine pour la position, ainsi que pour le temps.

- Un choix naturel pour origine est le point de départ. Donc $x_0 = 0$ [m] au point de départ $t_0 = 0$ [s].
- On choisira aussi le temps comme étant nul au départ de la course $t_0 = 0$ [s].
  (lorsque les deux premiers nageurs se trouvent en x_0 et le troisième à $x = 20$ [m]

En représentant la position des nageurs en fonction du temps, on obtient le graphique suivant :



A partir de ce graphique, il est, par exemple, aisé de déterminer à quel instant deux nageurs sont à la même hauteur (ce sont les intersections de deux lignes !).

A partir de ce graphique, il est aussi facile de comparer les vitesses :

- Sur l'aller, le deuxième nageur est plus rapide que le premier, qui est lui-même plus rapide que le troisième. En adoptant comme notation V_{1a} pour la vitesse du premier nageur (1) sur l'aller (a), on peut écrire :

$$V_{2a} > V_{1a} > V_{3a}$$

- De même, pour le retour : (V_{1r} égale la vitesse du premier nageur (1) au retour (r)) :

$$V_{2r} > V_{1r} = V_{3r}$$

ATTENTION ici le signe joue un rôle, car en valeur absolue : $|V_{1r}| = |V_{3r}| > |V_{2r}|$

Numériquement, le calcul des vitesses donne pour l'aller:

$$V_{1a} = \frac{\text{Position finale} - \text{position initiale}}{\text{temps final} - \text{temps initial}} = \frac{50-0}{40-0} = 1,25 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Exercice : $V_{2a} =$ $V_{3a} =$

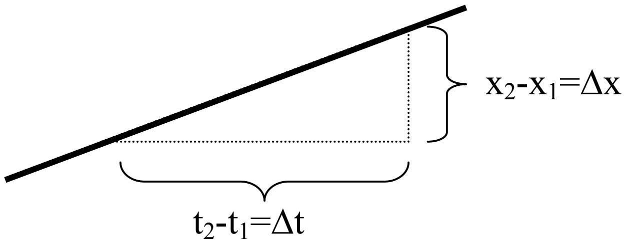
Et pour le retour :

$$V_{1r} = \frac{\text{Position finale} - \text{position initiale}}{\text{temps final} - \text{temps initial}} = \frac{0-50}{90-40} = -1,0 \left[\frac{m}{s}\right]$$

Exercice : $V_{2r} =$ $V_{3r} =$

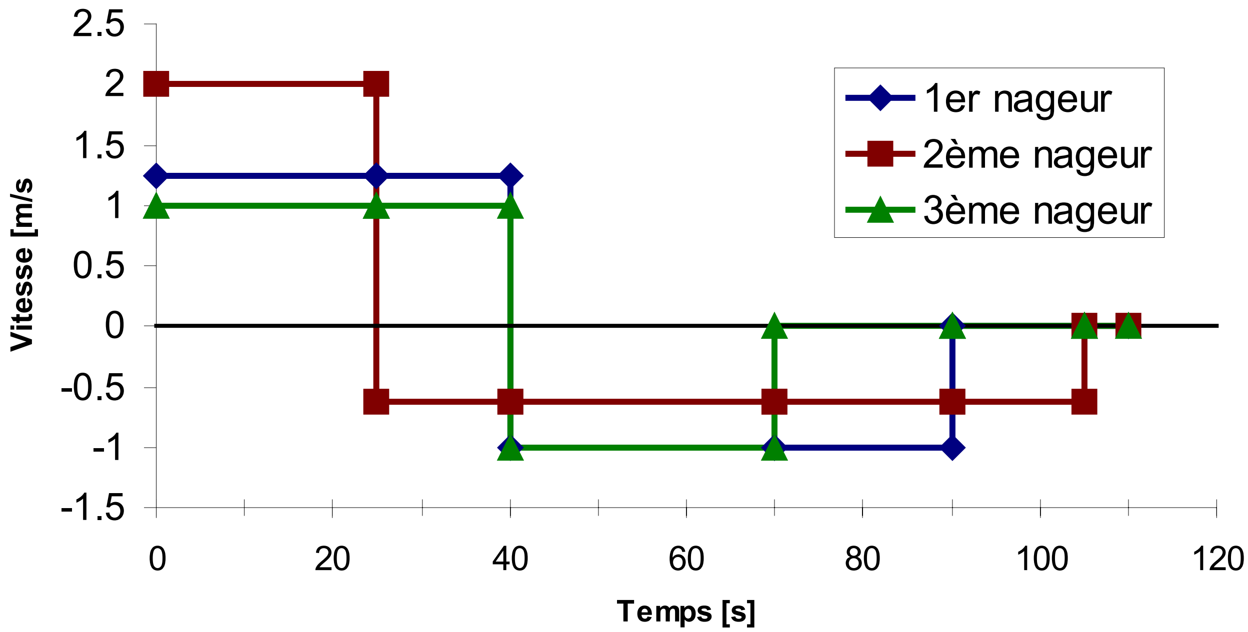
La vitesse correspond à la *pente de la droite* représentant la position en fonction du temps :

$$V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

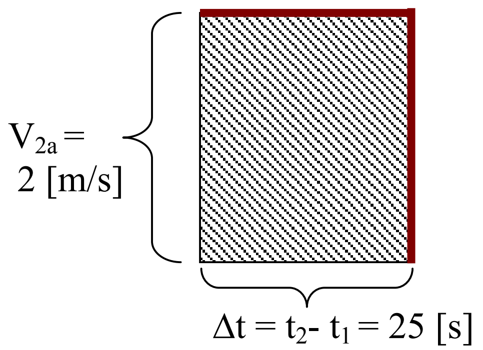


où Δ signifie ‘différence de’

La représentation graphique de la vitesse en fonction du temps est la suivante :



Etudions la surface sous une des courbes, prenons par exemple le deuxième nageur, la surface du premier rectangle, qui va de 0 à 25 [s] horizontalement et de 0 à 2 [m/s] verticalement est de :



Surface = 25 [s] · 2 [m/s] = 50 [m]

Cette surface représente la distance parcourue pendant l’intervalle de temps Δt.

Est-ce un pur hasard ?
Non, puisque la vitesse est constante, on a : $\Delta x = V \cdot \Delta t$
Donc le déplacement est bien le produit de la vitesse par l’intervalle de temps correspondant.

Toujours concernant le second nageur, la surface du rectangle lors du retour est de :
$\Delta x = -0{,}625 \text{ [m/s]} \cdot 80 \text{ [s]} = -50 \text{ [m]}$

Le second nageur s’est effectivement déplacé de –50 [m] durant le retour !

III. Vitesse variable, accélération, Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA)

Si la vitesse d'un corps n'est pas constante, il faut distinguer sa vitesse moyenne de sa vitesse instantanée.

Lorsqu'un corps parcourt une distance Δx durant une période Δt, la vitesse calculée avec la relation définie pour le MRU n'est que la **vitesse moyenne**, elle ne représente plus la vitesse du corps lors de tout son mouvement, seulement la vitesse que devrait avoir un corps se déplaçant à vitesse constante pour parcourir Δx en Δt.

On calcule donc la vitesse moyenne ainsi : $\boxed{V_{\text{moyenne}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$

Pour calculer la vitesse du corps à un instant donné, il faut définir la <u>vitesse instantanée</u>, on cherche à calculer la vitesse durant un très petit intervalle de temps **dt** où elle n'a pas la possibilité de changer de manière significative :

$$\boxed{V_{\text{instantanée}} = \frac{dx}{dt}}$$

avec un **dt** assez petit pour que l'on puisse considérer que la vitesse ne change quasiment pas pendant cet intervalle de temps.
Attention ! dt ne signifie pas "d fois t", mais représente un intervalle de temps très petit.

Quand on ne précise pas, on parle de **vitesse instantanée**, pas de vitesse moyenne. Dans le cas d'un MRU, ces deux vitesses sont les mêmes, mais pas dans le cas où il y a une accélération.

La grandeur qui caractérise la variation de la vitesse en fonction du temps est appelée <u>l'accélération</u>**.**
On la note ***a***, elle est définie par :

$$a = \frac{dV_{\text{instantanée}}}{dt} \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

dt représente une petite variation de temps (une petite durée)
dV représente la variation de vitesse pendant le temps dt

L'accélération représente la *variation de la vitesse instantanée par unité de temps*. C'est la variation de mètres par seconde chaque seconde, *ses unités sont donc des mètres par seconde PAR SECONDES*.

Dans le cadre du cours, **nous nous limiterons aux cas où l'accélération est constante**, donc la durée **dt** n'a pas besoin d'être petite pour calculer l'accélération.
Lorsque l'***accélération est constante*** et que le *déplacement est rectiligne*, le mouvement est appelé <u>Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré</u>, abrégé par <u>MRUA</u>. Nous avons :

$$\boxed{a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \left[\frac{m}{s^2}\right]}$$

V_1 = vitesse au temps t_1
V_2 = vitesse au temps t_2

La vitesse en fonction du temps :

On considère qu'à l'instant t_1, le corps se déplace à une vitesse V_1 et qu'un instant plus tard, au temps t_2, il se déplace à une vitesse V_2.

On a la relation : $\boxed{V_2 = V_1 + a \cdot (t_2 - t_1)}$

C'est juste une autre manière d'écrire la formule qui définit l'accélération, quand elle est constante.

La position en fonction du temps :

Au temps t_1, le corps se trouve en position x_1 et va à une vitesse V_1.
Au temps t_2, le corps se trouve en position x_2 et va à une vitesse V_2.
On veut mettre en relation, le déplacement $\Delta x = x_2 - x_1$, la durée $\Delta t = t_2 - t_1$, la vitesse initiale V_1 et l'accélération a.

On trouve que : $\boxed{x_2 = x_1 + V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2}$ C'est l'équation horaire du MRUA.

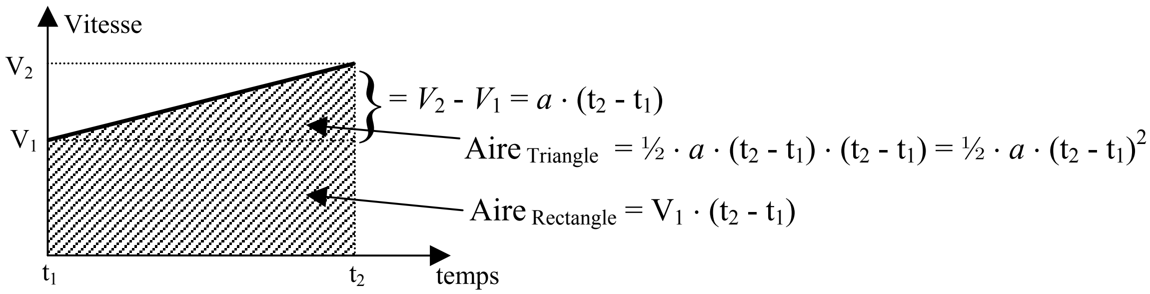
Remarques :

* Si l'accélération est nulle, l'équation horaire se ramène à un MRU.
Le MRU est donc un cas particulier (avec $a = 0$ [m / s²]) du MRUA !

* On utilise souvent la notation abrégée : $\boxed{\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2}$

Montrons comment trouver l'équation horaire du MRUA dans le cas $a > 0$.

Etudions pour cela le graphique suivant représentant la vitesse en fonction du temps :



Le déplacement Δx égale l'aire hachurée, qui est égale à la surface du rectangle plus celle du triangle :

$$\Delta x = \text{Aire}_{\text{Rectangle}} + \text{Aire}_{\text{Triangle}} = V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$$

On a trouvé l'équation horaire du MRUA.

Remarque :
Dans une annexe que vous pouvez demander à votre enseignant, on montre pourquoi le déplacement Δx égale l'aire hachurée.
On y montre aussi comment trouver l'équation horaire du MRUA dans le cas $a < 0$.

IV. La formule de Torricelli (Evangelista, 1608 - 1647, mathématicien et physicien italien, disciple de Gallilée)

En résumé, nous avons vu que $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$ et $V_2 = V_1 + a \cdot \Delta t$

Si on désire connaître la vitesse d'un corps subissant une accélération a sur une distance $\Delta x = x_2 - x_1$, sans connaître la durée pris pour parcourir cette distance, on peut éliminer Δt des deux équations ci-dessus, pour trouver la formule de Torricelli.

$$\boxed{V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x}$$

V. Cas particulier de MRUA : LA CHUTE LIBRE

Lorsqu'un corps se déplace en n'étant soumis qu'à l'accélération due à *l'attraction gravitationnelle* exercée par un autre corps et que l'on *néglige tout frottement*, sa trajectoire effectue un cas particulier de mouvement, nommé **chute libre**.

On constate expérimentalement que lorsqu'un corps se déplace dans le voisinage de la surface d'une planète, l'accélération due à la gravitation est constante. Elle est indépendante de la forme du corps, de sa masse ou de la matière qui la constitue.
On a coutume d'écrire g pour l'accélération due à la gravitation.

Exemples: • à la surface de la terre: $\boxed{g = 9{,}81 \left[\frac{m}{s^2}\right]}$ • à la surface de la lune: $g = 1{,}63 \left[\frac{m}{s^2}\right]$

Les équations qui régissent le mouvement sont identiques à celles d'un MRUA, où la valeur de l'accélération est de g :

$\boxed{V_2 = V_1 + g \cdot \Delta t}$ et $\boxed{\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} g \cdot (\Delta t)^2}$ et $\boxed{V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta x}$

Exercices qui suivent le cours de cinématique.

I.1 Ecrivez une phrase en français qui indique la signification de Δx et une autre qui indique la signification de Δt.

I.2 Recopiez l'axe donné en fin de page 1.
a) Indiquez deux positions sur cet axe, de telle sorte qu'elles représentent un déplacement positif.
b) Indiquez deux positions sur cet axe, de telle sorte qu'elles représentent un déplacement négatif.

II.3 Que signifie les trois lettres MRU ?

II.4 Quelle est l'équation horaire d'un MRU ?

II.5 Un déplacement, est-il toujours proportionnel à la durée du déplacement ? Si la réponse est négative, dans quel cas particulier est-ce vrai ?

II.6 Quelle est l'unité de la vitesse dans le Système International ?

II.7 Si chaque déplacement de la figure donnée en bas de page 1 s'est effectué en 0,4 secondes, dans le troisième exemple ($x_1 = 1$ [m], $x_2 = 3$ [m]) quelle serait la vitesse correspondante ?

II.8 Si chaque déplacement de la figure donnée en bas de page 1 s'est effectué en 0,2 secondes, dans le quatrième exemple ($x_1 = 6$ [m], $x_2 = 4$ [m]) quelle serait la vitesse correspondante ?

II.9 A partir du graphique de la page 3, donnez un instant durant lequel le deuxième et le troisième nageur se trouvent à la même position. Quelle est cette position ? Y a-t-il plusieurs réponses possibles ?

II.10 Ecrivez en français ce que représente V_{2a}, V_{3a}, V_{2r} et V_{3r} de la page 3.

II.11 A partir du graphique de la page 3, calculez les vitesses V_{2a} du deuxième nageur sur l'aller, V_{3a} du troisième nageur sur l'aller, V_{2r} du deuxième nageur au retour, et V_{3r} du troisième nageur au retour. Complétez votre cours, page 3, sans oublier les unités.

II.12 Que représente une vitesse négative ?

III.13 Qu'est-ce qu'une vitesse moyenne ?

III.14 Qu'est-ce qu'une vitesse instantanée ?

III.15 Quelle est la différence entre une vitesse moyenne et une vitesse instantanée ? Dans quel cas ces deux vitesses sont les mêmes ? Donnez un exemple dans lequel ces deux vitesses sont différentes.

III.16 Qu'est-ce qu'une accélération ?

III.17 Que signifie les quatre lettres MRUA ?

III.18 Est-il possible qu'un corps subisse une accélération négative ? Justifiez votre réponse.

III.19 Quelle est l'équation horaire d'un MRUA ?

III.20 Quelle est la notation abrégée souvent utilisée pour écrire l'équation horaire d'un MRUA ?

III.21 Comment passez-vous de l'équation horaire d'un MRUA à sa forme abrégée ?

III.22 Une vitesse moyenne est-elle toujours la moyenne de la vitesse initiale et de la vitesse finale ? Si la réponse est négative, quand est-ce exacte ?

IV.23 Quelle est la formule de Torricelli ?

IV.24* De la formule $V_2 = V_1 + a \cdot \Delta t$, exprimez Δt en fonction de V_1, V_2 et a.

Ensuite, substituez le résultat obtenu dans $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot (\Delta t)^2$, développez et simplifiez pour trouver la formule de Torricelli.

V.25 Qu'est-ce que la "chute libre" ?

V.26 Quelle est l'accélération d'un corps tombant à la surface de la Terre, quand on néglige les frottements ?

V.27 On lâche une pierre d'une certaine hauteur au-dessus du sol, et elle met cinq seconde pour atteindre le sol. De quelle hauteur a-t-elle été lâchée ?

V.28 Si vous sauter dans une piscine du plongeoir de cinq mètres, à quelle vitesse arrivez-vous dans l'eau ?