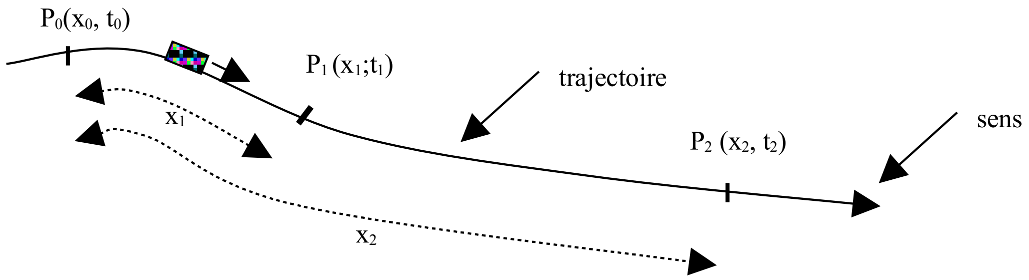
Cinématique

Avertissement: dans ce cours, les mots <u>soulignés</u> correspondent à des définitions.

I. Position et déplacement, instant et durée

On cherche ici à décrire le mouvement des corps sans s'occuper de leurs causes.
On s'occupera des causes des mouvements dans le chapitre intitulé "**Dynamique**".

On peut décrire le mouvement d'un corps en indiquant :
- sa <u>*trajectoire*</u>, c'est-à-dire l'ensemble des positions d'un corps dans l'espace au cours du temps.
- sa *position*. On notera $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, etc. les positions aux instants $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{t_2}$, etc....
- sa *vitesse*. On notera $\mathbf{V_1}$, $\mathbf{V_2}$, etc. les vitesses aux instants $\mathbf{t_1}$, $\mathbf{t_2}$, etc.....



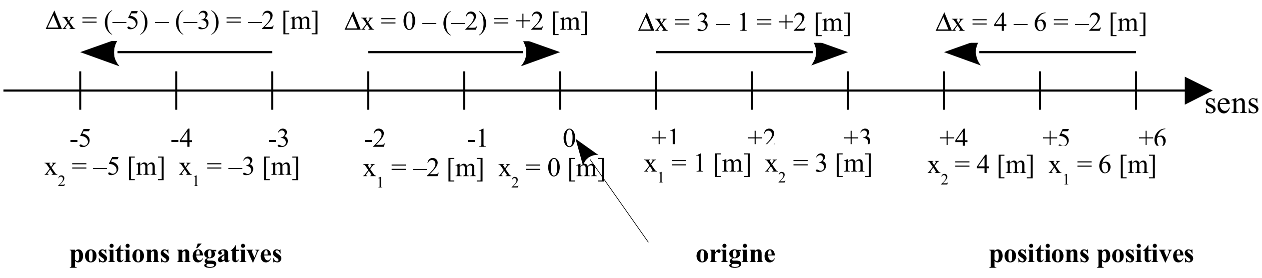
Une fois la trajectoire définie, il faut choisir un **point de repère** P_0 $(x_0;t_0)$ sur la trajectoire.
Ce point de repère est appelé l'<u>origine</u>. Par commodité, P_0 est souvent pris tel que : P_0 $(0;0)$
Il faut également choisir un **sens** le long de la trajectoire.
Chaque <u>position</u> est définie par la distance le long de la trajectoire, entre l'origine et le point correspondant à cette position.
Les distances seront comptées *positivement dans le sens choisi* et *négativement dans le sens opposé*.
Les durées sont toujours positives.
Par exemple, sur le dessin ci-dessus:
Le point P_1 est défini par la position $\mathbf{x_1}$ (par rapport au point P_0) et l'instant $\mathbf{t_1}$.
Le point P_2 est défini par la position $\mathbf{x_2}$ (par rapport au point P_0) et l'instant $\mathbf{t_2}$, etc...
On notera $\mathbf{V_1}$ la vitesse du corps à l'instant $\mathbf{t_1}$ et à la position $\mathbf{x_1}$ (par rapport au point P_0) .
On notera $\mathbf{V_2}$ la vitesse du corps à l'instant $\mathbf{t_2}$. et à la position $\mathbf{x_2}$ (par rapport au point P_0), etc....
La **vitesse** et **l'accélération** seront définies précisément plus loin.

Le <u>déplacement</u> d'un corps entre deux points P_1 et P_2 correspond à la différence de positions: $x_2 - x_1$
Nous écrirons $\mathbf{\Delta x}$ pour $\mathbf{x_2 - x_1}$. Donc $\boxed{\mathbf{\Delta x = x_2 - x_1}}$

La <u>durée</u> du déplacement d'un corps entre P_1 et P_2 correspond à la différence d'instants: $t_2 - t_1$
Nous écrirons souvent $\mathbf{\Delta t}$ pour $\mathbf{t_2 - t_1}$. Donc $\boxed{\mathbf{\Delta t = t_2 - t_1}}$

Le symbole $\mathbf{\Delta}$ signifie "*différence de*", il se lit "*delta*" (la 4ème lettre majuscule grecque).

L'axe suivant illustre des positions et des déplacements positifs et négatifs.
Le déplacement est positif quand $\mathbf{x_2}$ est plus grand que $\mathbf{x_1}$, négatif quand $\mathbf{x_2}$ est plus petit que $\mathbf{x_1}$:



II.1 Vitesse constante: Mouvement Rectiligne Uniforme (MRU)

Dans ce chapitre, nous nous restreindrons à une étude à une dimension (1D).
Ce qui signifie que nous considérerons uniquement des **trajectoires en lignes droites**.
Si un corps passe de la position $\boldsymbol{x_1}$ (à l'instant $\boldsymbol{t_1}$) à la position $\boldsymbol{x_2}$ (à l'instant $\boldsymbol{t_2}$),
on définit la <u>vitesse moyenne</u> du corps par :

$$\boxed{V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]}$$

Si la vitesse moyenne du corps est la même à tout instant t (c'est à dire quelque soit $\boldsymbol{\Delta t}$),
alors le corps se déplace à **vitesse constante.** Le déplacement $\boldsymbol{\Delta x}$ est *proportionnel* à la durée $\boldsymbol{\Delta t}$.

On peut aussi l'écrire de la façon suivante : $\boxed{x_2 = x_1 + V \cdot (t_2 - t_1)}$ c'est **<u>l'équation horaire</u>** du MRU.
Cette équation horaire permet de déterminer la position **x** d'un corps se déplaçant à la vitesse $\boldsymbol{V}$ en fonction du temps $\boldsymbol{t}$.
On considère toujours des durées $\boldsymbol{\Delta t}$ positives.
Une *vitesse positive* correspond donc à un *déplacement positif*.
Une *vitesse négative* correspond donc à un *déplacement négatif.*
Une *vitesse nulle* correspond à un *déplacement nul*, c'est à dire à un corps immobile.
L'équation horaire s'écrit aussi sous forme de fonction : $\boxed{x(t) = x_1 + V \cdot (t - t_1)}$

Si l'on considère, sur la figure de la page précédente, que chaque déplacement s'est effectué en 0,4 seconde, on trouve les vitesses suivantes :

Dans le premier exemple ($x_1 = -3$ [m], $x_2 = -5$ [m]) : $V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-2[\mathrm{m}]}{0{,}4[\mathrm{s}]} = -5\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$

Dans le deuxième exemple ($x_1 = -2$ [m], $x_2 = 0$ [m]) : $V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+2[\mathrm{m}]}{0{,}4[\mathrm{s}]} = +5\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$

II.2 Représentations graphiques d'un MRU

La représentation graphique est très pratique pour visualiser le mouvement d'un corps.
L'exemple suivant montre la marche à suivre pour construire un graphique et l'exploiter .

Si trois nageurs font un cent mètres, c'est à dire un aller et un retour dans une piscine de 50 mètres :
- le premier fait l'aller en 40 [s] et le retour en 50 [s]
- le deuxième fait l'aller en 25 [s] et le retour en 80 [s]
- le troisième a pour avantage de commencer la course à 10 [m] du point de départ, effectue l'aller en 40 [s], fait 30 [m] du retour en 30 [s] et abandonne !

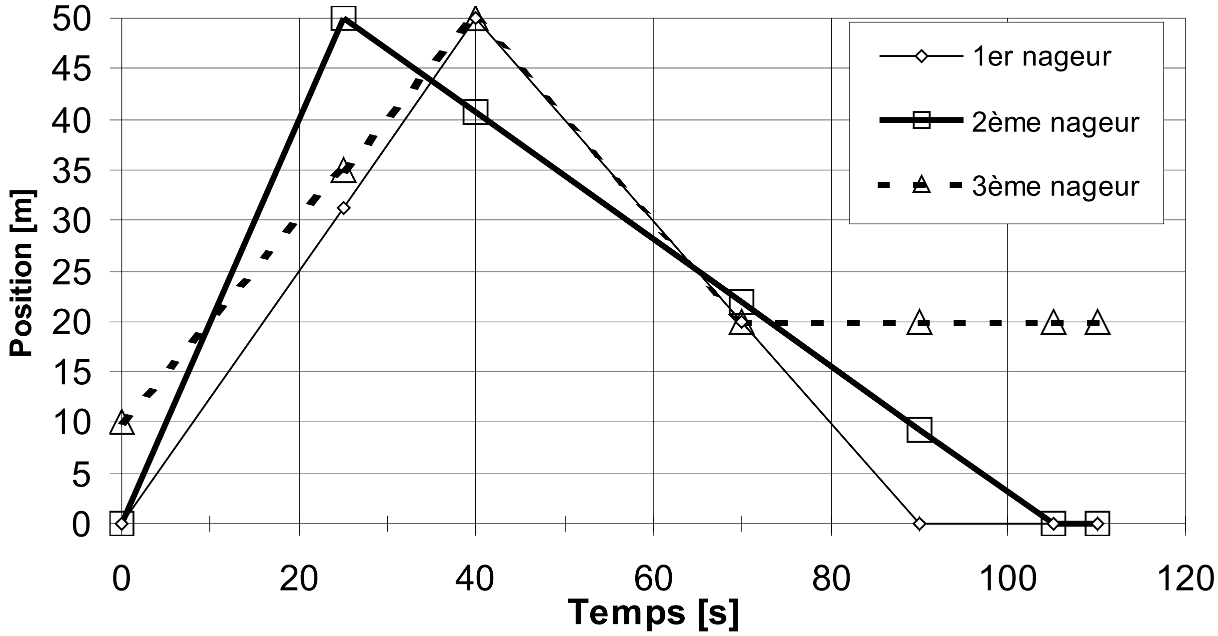
Comment représenter la position $\boldsymbol{x}$ et la vitesse $\boldsymbol{V}$ de chacun des nageurs graphiquement ?

On considère (par simplification) que les nageurs se déplacent à vitesse constante sur une longueur de piscine (50 m) et que le changement de sens des nageurs (au bout de la piscine) se passe de manière immédiate.

La représentation de la position x en fonction du temps t s'appelle un <u>graphique horaire</u> (noté x = f(t) ou x(t)). L'axe des abscisses représente le temps et l'axe des ordonnées la position.
Rappel: l'axe des abscisses est horizontal, l'axe des ordonnées est vertical.
Pour que la situation soit claire pour le lecteur (vous en l'occurrence), il faut choisir une origine pour la position, ainsi que pour le temps.

- l'origine de l'espace est placée naturellement au point de départ: $x_0 = 0$ [m]
- le temps est naturellement considéré comme nul au départ de la course: $t_0 = 0$ [s].
  (lorsque les deux premiers nageurs se trouvent en $\boldsymbol{x_0}$ et le troisième à $x = 10$ [m]

En représentant la position des nageurs en fonction du temps, on obtient le graphique suivant :



A partir de ce graphique, il est aisé de déterminer à quel(s) instant(s) deux nageurs sont à la même « hauteur » (ce sont les intersections de deux lignes !).

A partir de ce graphique, il est aussi facile de comparer les vitesses :

- Sur l'aller, le deuxième nageur est plus rapide que le premier, qui est lui-même plus rapide que le troisième. En adoptant comme notation $\mathbf{V_{1a}}$ pour la vitesse du premier nageur (1) sur l'aller (a), on peut écrire :

$$V_{2a} > V_{1a} > V_{3a}$$

- De même, pour le retour, $\mathbf{V_{1r}}$ correspond à la vitesse du premier nageur (1) sur le retour (r) :

$$V_{2r} > V_{1r} = V_{3r}$$

ATTENTION ici le signe joue un rôle, car en valeur absolue : $|V_{1r}| = |V_{3r}| > |V_{2r}|$

Numériquement, le calcul des vitesses donne pour l'aller:

$$V_{1a} = \frac{\text{position finale} - \text{position initiale}}{\text{temps final} - \text{temps initial}} = \frac{50-0\ [\text{m}]}{40-0\ [\text{s}]} = 1{,}25\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

Exercice : $V_{2a} = \dfrac{50-0\ [\text{m}]}{25-0\ [\text{s}]} = 2{,}0\left[\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ $\qquad V_{3a} = \dfrac{50-10\ [\text{m}]}{40-0\ [\text{s}]} = 1{,}0\left[\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

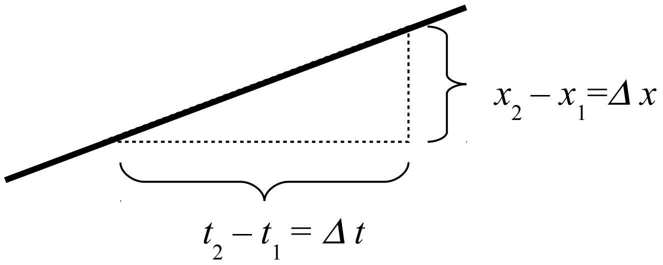
Et pour le retour :

$$V_{1r} = \frac{\text{position finale} - \text{position initiale}}{\text{temps final} - \text{temps initial}} = \frac{0-50\ [\text{m}]}{90-40\ [\text{s}]} = -1{,}0\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$$

Exercice : $V_{2r} = \dfrac{0-50\ [\text{m}]}{105-25\ [\text{s}]} = -0{,}625\left[\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right]$ $\qquad V_{3r} = \dfrac{20-50\ [\text{m}]}{70-40\ [\text{s}]} = -1{,}0\left[\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right]$

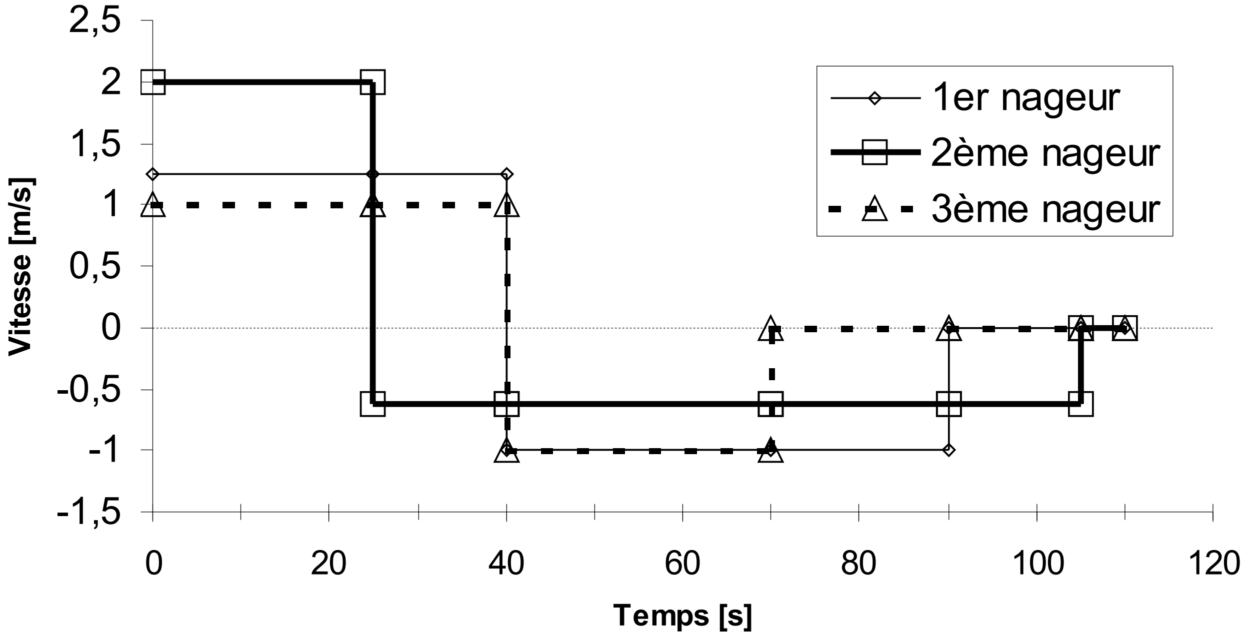
La <u>vitesse</u> correspond à la *pente de la droite* représentant la position en fonction du temps : x= f(t)

$$V = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

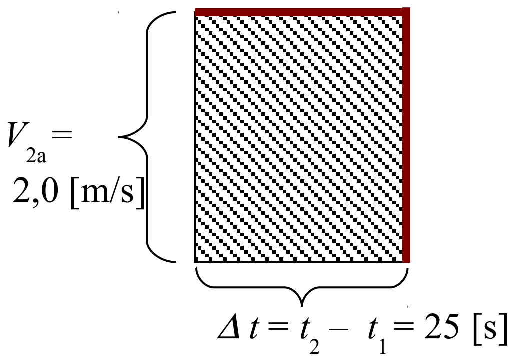


rappel: **Δ** signifie ‘différence de’

La représentation graphique de la vitesse en fonction du temps est la suivante :



Étudions la surface sous une des courbes. Prenons par exemple le deuxième nageur. La surface du premier rectangle, qui va de 0 à 25 [s] horizontalement et de 0 à 2 [m/s] verticalement est de :



Surface = 25 [s] · 2,0 [m/s] = 50 [m]

Cette surface représente la distance parcourue pendant l’intervalle de temps $\boldsymbol{\Delta t}$.

Est-ce un pur hasard ? Non, puisque la vitesse est constante, on a : $\Delta x = V \cdot \Delta t$

Le déplacement est donc bien le produit de la vitesse $\boldsymbol{V}$ par l’intervalle de temps correspondant $\boldsymbol{\Delta t}$.

Prenons le deuxième nageur sur le retour. La surface du rectangle est de :

$\Delta x = -0{,}625$ [m/s] · 80 [s] = –50 [m]

Le second nageur s’est effectivement déplacé de –50 [m] durant le retour !

III. Vitesse variable, accélération constante
Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré (MRUA)

Si la vitesse d'un corps n'est pas constante, il faut distinguer sa vitesse moyenne de sa vitesse instantanée.

Lorsqu'un corps parcourt une distance Δx durant une période Δt, la vitesse calculée avec la relation définie pour le MRU est la **vitesse moyenne.** Elle ne représente plus la vitesse du corps lors de tout son mouvement, seulement la vitesse que devrait avoir un corps se déplaçant à vitesse constante pour parcourir la distance Δx pendant une durée Δt.

On calcule donc la vitesse moyenne ainsi : $\boxed{V_{\text{moyenne}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}$

Pour calculer la vitesse du corps à un instant donné, il faut définir la vitesse instantanée. Pour ceci, on cherche à calculer la vitesse durant un très petit intervalle de temps ***dt*** où elle n'a pas la possibilité de changer de manière importante :

On calcule la vitesse instantanée ainsi : $\boxed{V_{\text{instantanée}} = \frac{dx}{dt}}$

Attention ! ***dt*** ne signifie pas "***d*** fois ***t***", mais représente un intervalle de temps très petit.
dt est assez petit pour que l'on puisse considérer que la vitesse ne change quasiment pas pendant cet intervalle de temps. De même, ***dx*** représente un très petit déplacement.

Remarque : quand on parle de **vitesse** sans préciser *instantanée* ou *moyenne*, on parle obligatoirement de **vitesse instantanée**.
Remarque: - dans le cas d'un MRU, ces deux vitesses sont les mêmes car la vitesse est constante,
- dans le cas d'un MRUA, ces deux vitesses sont différentes car il y a une accélération.

La grandeur qui caractérise la variation de la vitesse en fonction du temps est appelée l'accélération**.**

L'accélération représente la *variation de la vitesse instantanée par unité de temps*. C'est une variation en mètres par seconde chaque seconde. *Ses unités sont donc des mètres par seconde au carré*.

Dans ce cours, nous nous limiterons aux cas où **l'accélération est constante**.

Lorsque l'***accélération est constante*** et que le ***déplacement est rectiligne***, le mouvement est appelé Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré, abrégé par MRUA. Nous avons :

$$\boxed{a = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta V}{\Delta t} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right]}$$

V_1 = vitesse à l'instant t_1
V_2 = vitesse à l'instant t_2

La vitesse en fonction du temps

On considère qu'à l'instant t_1, le corps se déplace à une vitesse V_1 et qu'à l'instant t_2, il se déplace à une vitesse V_2.

On a donc la relation : $\boxed{V_2 = V_1 + a\cdot(t_2 - t_1)}$

La vitesse en fonction du temps s'écrit aussi sous forme de fonction : $\boxed{V(t) = V_1 + a\cdot(t - t_1)}$

La position en fonction du temps, équation horaire sur MRUA

A l'instant $\boldsymbol{t_1}$, le corps se trouve en position $\boldsymbol{x_1}$ et va à une vitesse $\boldsymbol{V_1}$.
A l'instant $\boldsymbol{t_2}$, le corps se trouve en position $\boldsymbol{x_2}$ et va à une vitesse $\boldsymbol{V_2}$.
On veut mettre la position finale $\boldsymbol{x_2}$ en fonction de :
la position initiale $\boldsymbol{x_1}$,
la durée : $\boldsymbol{\Delta t = t_2 - t_1}$,
la vitesse initiale $\boldsymbol{V_1}$ et
l'accélération $\boldsymbol{a}$.

On trouve que : $\boxed{x_2 = x_1 + V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2}$ C'est l'équation horaire du MRUA.

On l'écrit aussi sous forme de fonction : $\boxed{x(t) = x_1 + V_1 \cdot (t - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t - t_1)^2}$

Remarques :

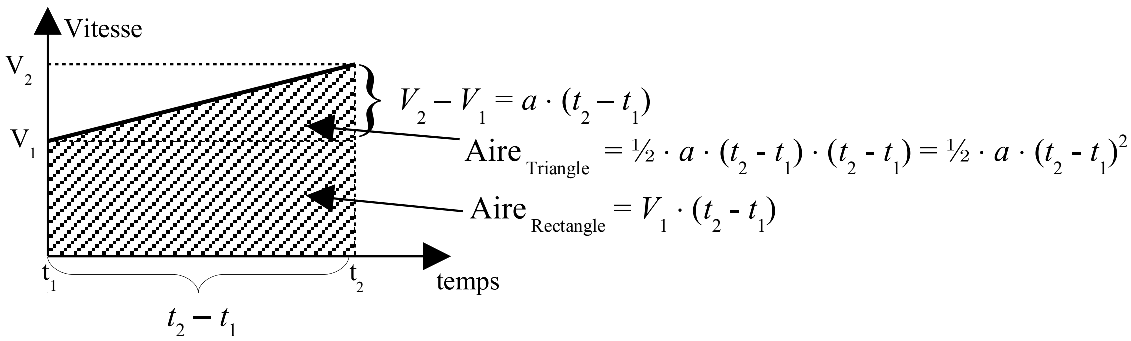
* Si l'accélération est nulle, l'équation horaire se ramène à un MRU.
Le MRU est donc un cas particulier du MRUA avec $a = 0$ [m / s^2] !

* On utilise parfois la notation abrégée : $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$.

* Fréquemment, on s'arrange pour que $t_1 = 0$ [s].

Montrons comment trouver l'équation horaire du MRUA à partir du graphique de $\boldsymbol{V(t)}$ dans le cas $\boldsymbol{a} > 0$

Étudions pour cela le graphique suivant représentant la vitesse en fonction du temps :



Le déplacement $\boldsymbol{\Delta x}$ égale l'aire hachurée (Aire du rectangle plus Aire du triangle) :

$\Delta x = \text{Aire}_{\text{Rectangle}} + \text{Aire}_{\text{Triangle}}$ donc

$\Delta x = V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2$ On a trouvé l'équation horaire du MRUA.

Remarque :
Dans une annexe que vous pouvez demander à votre enseignant, on montre pourquoi le déplacement $\boldsymbol{\Delta x}$ égale l'aire hachurée.
On y montre aussi comment trouver l'équation horaire du MRUA dans le cas $\boldsymbol{a} < 0$.

IV. La formule de Torricelli (Evangelista, 1608 - 1647, mathématicien et physicien italien, disciple de Galilée)

En résumé, nous avons vu que : $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$ et $V_2 = V_1 + a \cdot \Delta t$.

Si on désire connaître la vitesse d'un corps subissant une accélération $\boldsymbol{a}$ sur une distance $\Delta x = x_2 - x_1$, sans connaître la durée prise pour parcourir cette distance, on peut éliminer $\boldsymbol{\Delta t}$ des deux équations ci-dessus, pour trouver la formule de Torricelli.

$$\boxed{V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x}$$

V. Cas particulier de MRUA : La Chute Libre

Lorsqu'un corps n'est soumis qu'à l'accélération due à *l'attraction gravitationnelle* exercée par un autre corps et que l'on *néglige tout frottement*, sa trajectoire effectue un cas particulier de mouvement: c'est la **chute libre**.

On constate expérimentalement que lorsqu'un corps se déplace dans le voisinage de la surface d'une planète, l'accélération due à la gravitation est constante. Elle est **indépendante** de la forme du corps, de sa masse ou de la matière qui la constitue.
On a coutume d'écrire $\boldsymbol{g}$ pour l'accélération due à la gravitation.
Exemples:

- à la surface de la Terre : $g = 9{,}81 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$
- à la surface de la Lune : $g = 1{,}63 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right]$

Les équations qui régissent le mouvement sont identiques à celles d'un MRUA, où la valeur de l'accélération est de $\boldsymbol{a} = \boldsymbol{g}$:

$V_2 = V_1 + g \cdot \Delta t$ et $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2$ et $V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta x$

Exercices de cinématique - série du cours

I.1 Écrivez une phrase en français qui indique la signification de Δx et une autre qui indique la signification de Δt.

I.2 Recopiez l'axe donné en fin de page 1.
a) Indiquez deux positions sur cet axe, de telle sorte qu'elles représentent un déplacement positif.
b) Indiquez deux positions sur cet axe, de telle sorte qu'elles représentent un déplacement négatif.

II.3 Que signifie les trois lettres MRU ?

II.4 Quelle est l'équation horaire d'un MRU ?

II.5 Un déplacement, est-il toujours proportionnel à la durée du déplacement ? Si la réponse est négative, dans quel cas particulier est-ce vrai ?

II.6 Quelle est l'unité de la vitesse dans le Système International ?

II.7 Si chaque déplacement de la figure donnée en bas de page 1 s'est effectué en 0,4 secondes, dans le troisième exemple ($x_1 = 1$ [m], $x_2 = 3$ [m]) quelle serait la vitesse correspondante ?

II.8 Si chaque déplacement de la figure donnée en bas de page 1 s'est effectué en 0,2 secondes, dans le quatrième exemple ($x_1 = 6$ [m], $x_2 = 4$ [m]) quelle serait la vitesse correspondante ?

II.9 A partir du graphique de la page 3, donnez un instant durant lequel le deuxième et le troisième nageur se trouvent à la même position. Quelle est cette position ? Y a-t-il plusieurs réponses possibles ?

II.10 Écrivez en français ce que représente V_{2a}, V_{3a}, V_{2r} et V_{3r} de la page 3.

II.11 A partir du graphique de la page 3, calculez les vitesses V_{2a} du deuxième nageur sur l'aller, V_{3a} du troisième nageur sur l'aller, V_{2r} du deuxième nageur au retour, et V_{3r} du troisième nageur au retour. Complétez votre cours, page 3, sans oublier les unités.

II.12 Que représente une vitesse négative ?

III.13 Qu'est-ce qu'une vitesse moyenne ?

III.14 Qu'est-ce qu'une vitesse instantanée ?

III.15 Quelle est la différence entre une vitesse moyenne et une vitesse instantanée ? Dans quel cas ces deux vitesses sont les mêmes ? Donnez un exemple dans lequel ces deux vitesses sont différentes.

III.16 Qu'est-ce qu'une accélération ?

III.17 Que signifie les quatre lettres MRUA ?

III.18 Est-il possible qu'un corps subisse une accélération négative ? Justifiez votre réponse.

III.19 Quelle est l'équation horaire d'un MRUA ?

III.20 Quelle est la notation abrégée parfois utilisée pour écrire l'équation horaire d'un MRUA ?

III.21 Comment passez-vous de l'équation horaire d'un MRUA à sa forme abrégée ?

III.22 Une vitesse moyenne est-elle toujours la moyenne de la vitesse initiale et de la vitesse finale ? Si la réponse est négative, quand est-ce exacte ?

IV.23 Quelle est la formule de Torricelli ?

IV.24* De la formule $V_2 = V_1 + a \cdot \Delta t$, exprimez Δt en fonction de V_1, V_2 et a.

Ensuite, substituez le résultat obtenu dans $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$, développez et simplifiez pour trouver la formule de Torricelli.

V.25 Qu'est-ce que la "chute libre" ?

V.26 Quelle est l'accélération d'un corps tombant à la surface de la Terre, quand on néglige les frottements ?

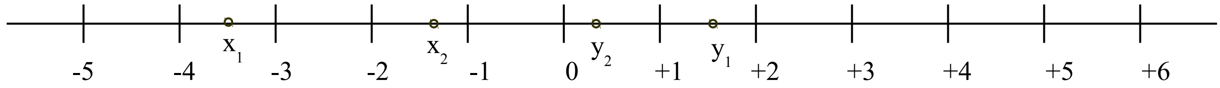
V.27 On lâche une pierre d'une certaine hauteur au-dessus du sol, et elle met 5,0 secondes pour atteindre le sol. De quelle hauteur a-t-elle été lâchée ?

V.28 Si vous sauter dans une piscine du plongeoir de 5,0 mètres, à quelle vitesse arrivez-vous dans l'eau ?

CORRIGE des exercices de cinématique du cours

I.1 Δx correspond à une différence de position, c'est à dire à une longueur.
Δt correspond à une différence de temps, c'est à dire à une durée.
Le symbole **Δ** se lit "*delta*".
Δx signifie "différence de position", si x représente une position.
Δt signifie "différence de temps", si t représente un temps.

I.2 x_1 et x_2 représentent deux positions. La distance $x_2 - x_1$ représente un déplacement positif.
y_1 et y_2 représentent deux positions. La distance $y_2 - y_1$ représente un déplacement négatif.



II.3 MRU signifie "Mouvement Rectiligne Uniforme". C.f. page 2 du cours.
Cela veut dire que la vitesse est constante et la trajectoire est une droite.

II.4 L'équation horaire d'un MRU est : $\boxed{x_2 = x_1 + V\cdot(t_2 - t_1)}$ C.f. page 2 du cours.
x_1 représente la position au temps t_1. x_2 représente la position au temps t_2.
V représente la vitesse constante du corps.

II.5 Un déplacement n'est pas toujours proportionnel à la durée du déplacement. Il n'est proportionnel à la durée que lorsque la vitesse est constante.

II.6 L'unité de la vitesse dans le système international est le mètre par seconde [m / s].
Le kilomètre par heure n'est pas une unité du système international, bien que cette unité soit fréquemment utilisée. Il faut multiplier par 3,6 des [m/s] pour obtenir des [km/h].

Par exemple, $3{,}6\left[\frac{\text{km}}{\text{h}}\right] = \frac{3{,}6\cdot 1000\ \text{m}}{3'600\ \text{s}} = \frac{3'600\ \text{m}}{3'600\ \text{s}} = 1\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$.

II.7 Dans le troisième exemple, on effectue un déplacement de $\Delta x = 3 - 1 = 2$ [m] en 0,4 [s].

Donc la vitesse correspondante est de $\frac{2\ [\text{m}]}{0{,}4\ [\text{s}]} = 5\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$.

II.8 Dans le quatrième exemple, on effectue un déplacement de $\Delta x = 4 - 6 = -2$ [m] en 0,2 [s].

Donc la vitesse correspondante est de $\frac{-2\ [\text{m}]}{0{,}2\ [\text{s}]} = -10\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$.

II.9 Après environ 9 ou 10 secondes, à 20 mètres du départ, les 2ème et 3ème nageurs sont à la même position. Ils se retrouvent à la même position après 32 ou 33 secondes, à environ 44 mètres du départ, en nageant dans des directions opposées.
Après environ 65 secondes, à 25 mètres du départ, ils se trouvent à la même position.
Après environ 72 ou 73 secondes, à 20 mètres du départ, ils se retrouvent pour la quatrième fois à la même position.

II.10 V_{2a} correspond à la vitesse du deuxième nageur durant l'aller.
V_{3a} correspond à la vitesse du troisième nageur durant l'aller.
V_{2r} correspond à la vitesse du deuxième nageur durant le retour.
V_{3r} correspond à la vitesse du troisième nageur durant le retour.

II.11 A l'aller, le deuxième nageur met 20 – 0 = 20 secondes pour parcourir 40 – 0 = 40 mètres.

Il nage donc à une vitesse de $V_{2a} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{50 - 0\,[\mathrm{m}]}{25 - 0\,[\mathrm{s}]} = 2{,}0 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$.

A l'aller, le troisième nageur met 40 – 0 = 40 secondes pour parcourir 50 – 10 = 40 mètres.

Il nage donc à une vitesse de $V_{3a} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{50 - 10\,[\mathrm{m}]}{40 - 0\,[\mathrm{s}]} = \frac{40\,[\mathrm{m}]}{40\,[\mathrm{s}]} = 1{,}0 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$.

Au retour, le deuxième nageur met 105 – 25 = 80 secondes pour parcourir 0 – 50 = – 50 mètres.

Il nage donc à une vitesse de $V_{2r} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{0 - 50\,[\mathrm{m}]}{105 - 25\,[\mathrm{s}]} = \frac{-50\,[\mathrm{m}]}{80\,[\mathrm{s}]} = -0{,}625 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$.

Au retour, le troisième nageur met 70 – 40 = 30 secondes pour parcourir 20 – 50 = –30 mètres.

Il nage donc à une vitesse de $V_{3r} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{20 - 50\,[\mathrm{m}]}{70 - 40\,[\mathrm{s}]} = \frac{-30\,[\mathrm{m}]}{30\,[\mathrm{s}]} = -1{,}0 \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right]$.

Ceci durant les 30 mètres du retour, après il reste sur place et sa vitesse est donc nulle ($V_{3r} = 0{,}0$ [m / s]).
Attention! au retour, les vitesses sont négatives.

II.12 Une vitesse négative indique que l'on se déplace dans le sens opposé à celui de l'axe de déplacement. Ce choix est arbitraire, mais une fois fait, il faut s'y tenir.

III.13 Une vitesse moyenne représente le quotient d'une distance Δx par une durée Δt : $V_{\text{moyenne}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$.

Une vitesse moyenne indique la distance moyenne parcourue par seconde sur un certain trajet.

III.14 Une vitesse instantanée représente le quotient d'une distance dx par une durée dt, dans le cas où la durée est très petite et donc la distance aussi. $V_{\text{instantanée}} = \frac{dx}{dt}$.

III.15 La différence entre une vitesse moyenne et une vitesse instantanée est le temps utilisé pour calculer la vitesse. La vitesse instantanée est calculée pour une durée très petite.
S'il n'y a pas d'accélération (MRU), la vitesse instantanée et la vitesse moyenne sont égales.
En cas d'accélération, la vitesse instantanée varie et elle est donc différente de la vitesse moyenne.

III.16 Une accélération représente le quotient d'une variation de vitesse ΔV par une durée Δt.
Autrement dit, une accélération indique quelle est la variation de la vitesse par seconde.

→ Rappel: quand on ne précise pas de quelle vitesse on parle, on sous-entend qu'il s'agit de la vitesse instantanée.

III.17 MRUA signifie "Mouvement Rectiligne Uniformément Accéléré". Cela signifie qu'on se déplace en ligne droite et que la variation de vitesse par seconde est constante. La variation de vitesse par seconde est appelée "l'accélération".

III.18 Une accélération négative est possible. Cela signifie que la vitesse diminue au cours du temps.
Si la vitesse est positive, cela signifie qu'on a décélération.
Si la vitesse est négative, la vitesse augmente en valeur absolue (c.-à-d. sans son signe), mais on se déplace dans le sens opposé à celui de l'axe.

III.19 L'équation horaire d'un MRUA est : $\boxed{x_2 = x_1 + V_1 \cdot (t_2 - t_1) + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (t_2 - t_1)^2}$

donnée en page 6 du cours.

III.20 La notation abrégée parfois utilisée pour écrire l'équation horaire d'un MRUA est donnée en page 6 du cours : . $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$.

III.21 Pour passer à la forme abrégée de l'équation horaire d'un MRUA, on remplace dans l'équation non abrégée : $x_2 - x_1$ par Δx, $V_2 - V_1$ par ΔV et $t_2 - t_1$ par Δt.

III.22 Une vitesse moyenne n'est pas toujours égale à la moyenne de la vitesse initiale et de la vitesse finale.
Par exemple, si vous avancez très lentement pendant une heure puis rapidement pendant une minute, la vitesse moyenne sera plus petite que la moyenne de la vitesse initiale et de la vitesse finale: l'accélération n'est pas constante. Par contre, si l'accélération est constante, la vitesse moyenne est égale à la moyenne de la vitesse initiale et de la vitesse finale.

IV.23 La formule de Torricelli est : . $\boxed{V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x}$ Elle est utile quand on ne connaît pas la durée d'un déplacement.

IV.24* De $V_2 = V_1 + a \cdot \Delta t$, on en déduit que $\Delta t = \dfrac{V_2 - V_1}{a}$.

En substituant dans $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot (\Delta t)^2$,

on obtient : $\Delta x = V_1 \cdot \dfrac{V_2 - V_1}{a} + \dfrac{1}{2} \cdot a \cdot \left(\dfrac{V_2 - V_1}{a}\right)^2$.

En développant et simplifiant un peu :

$$\Delta x = \frac{V_1 \cdot V_2 - V_1^2}{a} + \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{V_2^2 - 2 \cdot V_2 \cdot V_1 + V_1^2}{a^2} = \frac{2 \cdot V_1 \cdot V_2 - 2 \cdot V_1^2}{2 \cdot a} + \frac{V_2^2 - 2 \cdot V_2 \cdot V_1 + V_1^2}{2 \cdot a}$$

En simplifiant : $\Delta x = \dfrac{V_2^2 - V_1^2}{2 \cdot a}$, on trouve la formule de Torricelli : $V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$.

V.25 Une "chute libre" est un mouvement représenté par la chute d'un corps soumit uniquement à une attraction gravitationnelle. Le frottement est donc négligé. La trajectoire est un cas particulier de MRUA. C.f. page 7 du cours.

V.26 L'accélération d'un corps tombant à la surface de la Terre, quand on néglige les frottements, est appelée l'accélération due à l'attraction de la Terre et vaut $g = 9{,}81$ [m/s^2].

V.27 Il s'agit d'une chute libre. Donc l'équation horaire est : $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \dfrac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2$

On lâche la pierre, donc sa vitesse initiale est nulle : $V_1 = 0$ [m/s].
$a = g = 9{,}81$ [m/s^2], dans le cas d'une chute libre sur la Terre.
$\Delta t = 5{,}0$ [s] selon l'énoncé.

La hauteur vaut : $\Delta x = V_1 \cdot \Delta t + \dfrac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = 0 \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] \cdot 5{,}0\ [\mathrm{s}] + \dfrac{1}{2} \cdot 9{,}81 \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right] \cdot 5{,}0^2 = 123\ [\mathrm{m}]$.

La pierre a été lâchée d'une hauteur de 123 mètres.

V.28 Il s'agit d'une chute libre. Cet énoncé ne contient pas de temps, donc la formule de Torricelli peut être utile. $V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta x$

La vitesse initiale est nulle : $V_1 = 0$ [m/s].
$a = g = 9{,}81$ [m/s^2], dans le cas d'une chute libre sur la Terre.
Δx = la hauteur = 5,0 [m].
V_2 = la vitesse à laquelle on arrive dans l'eau.

Donc $V_2^2 = V_1^2 + 2 \cdot g \cdot \Delta x = 0^2 + 2 \cdot 9{,}81 \left[\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right] \cdot 5{,}0\,[\mathrm{m}] = 98{,}1 \left[\dfrac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}^2}\right]$

Donc $\mathrm{V}_2 = \sqrt{\mathrm{V}_2^2} = \sqrt{98{,}1\,[\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2]} = 9{,}90\,[\mathrm{m/s}]$.

J'arrive dans l'eau à une vitesse de 9,9 [m/s], soit 36 [km/h].