Unités, mesures et précision

Définition

Une **grandeur physique** est un élément **mesurable** permettant de décrire sans ambiguïté une partie d'un phénomène physique, chacune de ces grandeurs faisant l'objet d'une définition claire et précise.

Toute grandeur physique se représente soit par un symbole, soit par sa mesure **obligatoirement** accompagnée de ses unités **entre crochets**.

Les unités internationales SI (ou système MKSA)

Afin d'être compréhensible, il est nécessaire de s'exprimer dans un langage universel, d'où la nécessité de se conformer au système d'unités internationales.
Le **S**ystème **I**nternational d'unités (**SI**), appelé également MKSA, adopte les **unités fondamentales** suivantes :

- la **longueur** se mesure en **mètres**	[m]
- la **masse** en **kilogrammes**	[kg]
- le **temps** en **secondes**	[s]
- l'**intensité du courant électrique** en **ampères**	[A]
- la **température** en **kelvin**	[K]
- l'**intensité lumineuse** en **candela**	[cd]
- la **quantité de matière** en **mole**	[mol]

Toutes les autres grandeurs physiques, dites **composées**, peuvent être déduites de ces grandeurs fondamentales.

Exemple : Le newton est donné par la combinaison suivante : $N = \frac{kg \cdot m}{s^2}$

Il ne s'agit donc pas d'une nouvelle unité fondamentale.

Ecriture scientifique

La physique, souvent confrontée à l'infiniment grand ou à l'infiniment petit, génère par conséquent des nombres énormes, dans les deux extrêmes. Or il n'est pas du tout pratique de manipuler de tels nombres. Aussi tout scientifique apprend-il à adopter une **écriture condensée** en utilisant les **puissances de dix,** c'est-à-dire une notation « exponentielle ».

Exemples :
- masse terrestre m = 5'980'000'000'000'000'000'000'000 [kg] = $5{,}98 \cdot 10^{24}$ [kg]
- diamètre d'un proton d = 0,000'000'000'000'001 [m] = 10^{-15} [m]

Rappel de mathématique sur les puissances de 10

5 règles fondamentales concernant les puissances de 10 sont à retenir. Si **a** et **b** sont des nombres entiers relatifs (ensemble $\mathbb{Z}$ dans le cours de mathématique) :

1) $10^0 = 1$ 2) $10^1 = 10$ 3) $10^a \cdot 10^b = 10^{a+b}$

4) $(10^a)^b = 10^{a \cdot b}$ 5) $10^{-a} = \frac{1}{10^a}$

Préfixes

Ci-dessous, voici un tableau récapitulatif des préfixes qui peuvent précéder n'importe quelle unité du système SI, utilisés pour chaque puissance de dix :

Préfixe	Symbole	Puissance de 10	Nom usuel
exa	E	10^{18}	
peta	P	10^{15}	
tera	T	10^{12}	
giga	G	10^{9}	milliard
mega	M	10^{6}	million
kilo	k	10^{3}	millier
hecto	h	10^{2}	centaine
deca	da	10^{1}	dizaine
		10^{0}	unité
deci	d	10^{-1}	dixième
centi	c	10^{-2}	centième
milli	m	10^{-3}	millième
micro	µ	10^{-6}	millionième
nano	n	10^{-9}	milliardième
pico	p	10^{-12}	
femto	f	10^{-15}	
atto	a	10^{-18}	

Chiffres significatifs :

Le nombre de chiffres significatifs d'un résultat (mesure ou calcul) est le nombre de chiffres qui correspondent réellement à la précision de celui-ci.

Pour la mesure avec une règle standard des dimensions d'une feuille A_4 : 21,0 [cm] et 29,7 [cm] comportent chacun trois chiffres significatifs.

Il serait absurde d'écrire 21,0**00** [cm] ou 29,7**0000** [cm] car les zéros ajoutés (en gras) n'ont pas de sens, ne sont pas significatifs, du point de vue de la mesure car la règle est précise au millimètre!

Remarques :

- Les zéros du nombre sont comptés comme chiffres significatifs s'ils sont placés au milieu du nombre ou à droite de celui-ci, en effet : 21,0 [cm] signifie que la mesure se compose de 2 [dm], 1 [cm] et 0 [mm], le zéro correspond bien à une mesure et est significatif.

- Les zéros placés à gauche du nombre ne seront pas comptés car ils peuvent être éliminés par un changement d'unité ou l'utilisation de l'écriture scientifique normalisée et ne correspondent à aucune mesure, par exemple : 0,035 [m] ne se compose que de 2 chiffres significatifs car on peut aussi l'écrire 3,5 [cm] ou encore $3{,}5 \cdot 10^{-2}$[m] .

Ecriture scientifique normalisée :

L'écriture scientifique normalisée est l'écriture d'un nombre au moyen des puissances de dix en laissant un seul chiffre avant la virgule :

$3{,}050 \cdot 10^5$ (305000)

$2{,}30 \cdot 10^{-7}$ (0,000000230)

Elle permet une simplification de l'écriture des grands ou petits nombres et, de plus, fait apparaître de façon claire le nombre de chiffres significatifs et l'ordre de grandeur :

$$\boxed{\underbrace{3{,}050}_{\text{4 chiffres significatifs}} \cdot 10^{\overbrace{5}^{\text{ordre de grandeur}}} \quad = \quad \underbrace{305000}_{\text{? chiffres significatifs}}}$$

Dans l'écriture décimale on ne sait pas si les zéros à droite sont là pour la précision ou pour l'ordre de grandeur, cette ambiguïté est levée par l'écriture scientifique normalisée.

Marge d'incertitude et nombre "épais"

Lors d'une mesure la précision, ou l'imprécision, peut se traduire par une marge d'incertitude.
Par exemple avec la règle permettant de mesurer le millimètre nous avons donné pour la largeur de la feuille A4, 21,0 [cm] et la marge d'incertitude dans ce cas est d'environ ± 0,5 [mm].
En effet, lors de la mesure nous estimons si la largeur de la feuille est comprise entre 20,95 [cm] et 21,05 [cm]. Nous ne pouvons pas mesurer, dans ce cas, le dixième de millimètre mais nous pouvons estimer si la largeur de la feuille est comprise dans la fourchette :

$20{,}95$ [cm] $< L <$ $21{,}05$ [cm]

On peut aussi donner "l'intervalle" de mesure, par l'écriture :

$L = 21{,}0 \pm 0{,}05$ [cm], qui fait apparaître directement la marge d'incertitude.

Remarque :
Le résultat d'une mesure est donc un intervalle. On peut donc parler de "nombre épais" par opposition à un nombre exact qui serait infiniment mince sur la droite des réels !

Constantes et précision

Les constantes ne doivent pas limiter la précision du résultat. Il faut donc, dans la mesure du possible, les choisir avec suffisamment de chiffres significatifs.
Les constantes utilisées en sciences sont de deux types :

1- **sans incertitude** : par exemple un nombre entier ou des nombres comme π ou e. Dans ce cas il faut prendre autant de décimales que possible, on choisira ainsi le π de la machine en évitant 3,1 ou 3,14 qui pourraient augmenter l'incertitude.

2- **avec incertitude** : par exemple les constantes "g" en physique ou "N" en chimie qui dépendent d'expériences. Pour ces constantes on trouvera dans les tables des valeurs qui comportent suffisamment de précision pour les cours.

Bases du calcul d'erreur et d'incertitude

L'**erreur absolue** est la **différence** entre la **valeur approchée (mesurée)** d'une grandeur physique et la **valeur officielle** de cette même grandeur. Elle s'exprime dans la **même unité** que la grandeur et est **positive par convention.** Formulé mathématiquement, cette définition devient :

$$\mathrm{Err_{abs}} = \left| x - x_{off} \right|$$

Exemple :
La valeur officielle de la masse volumique de l'eau à 1 [atm] et 20 [°C] vaut : $\rho_{\mathrm{off}} = 998{,}203$ [kg/m^3].
Si l'on a mesuré $\rho = 995{,}2$ [kg/m^3] , l'erreur absolue commise est donc :
$\mathrm{Err_{abs}} = = \left|\rho - \rho_{\mathrm{off}}\right| = \left|\ 995{,}2\,[\mathrm{kg/m^3}] - 998{,}203\,[\mathrm{kg/m^3}]\ \right| \cong 3{,}0\,[\mathrm{kg/m^3}]$

On appelle **erreur relative** le **rapport** de l'**erreur absolue** à la **valeur officielle** de la grandeur physique mesurée. Ce rapport, évidemment **sans unités**, est souvent exprimé en %. On l'écrit mathématiquement :

$$\mathrm{E_{rel}} = \frac{\mathrm{E}}{\left|\mathrm{x_{off}}\right|} = \frac{\left|\mathrm{x} - \mathrm{x_{off}}\right|}{\mathrm{x_{off}}}$$

Exemple : Si l'on reprend le même exemple, l'erreur relative commise sur ρ vaut :

$$\mathrm{Err_{rel}} = \frac{3{,}0\,[\mathrm{kg/m^3}]}{998{,}203\,[\mathrm{kg/m^3}]} \cong 0{,}0030 \ \textbf{soit} \text{ environ } 0{,}3\ \%$$

Niveau 2 seulement

Il n'est pas toujours possible d'effectuer de calcul d'erreur, car l'on ne dispose pas toujours de valeur officielle de référence, mais seulement de la valeur approchée, déterminée dans certaines conditions expérimentales. L'analyse de ces conditions permet d'évaluer l'**erreur maximum** ou **incertitude** que l'on a commise. L'**incertitude absolue**, **positive par convention**, a l'unité de la grandeur mesurée ; on la note **δx**. Ainsi, le **résultat d'une mesure** s'écrit **toujours sous la forme :**

$$\boxed{\mathbf{X = x \pm \delta x}}$$

La valeur officielle, si l'on en dispose, obéit à la règle : $\mathbf{x - \delta x \le x_{off} \le x + \delta x}$

Exemple : On a mesuré un longueur L = 42,8 [m] ± 0,4 [m]. En écrivant cela, on affirme que l'incertitude absolue sur L vaut 0,4 [m] et que la valeur exacte de cette longueur se situe entre les valeurs extrêmes de 42,4 [m] et 43,2 [m].

Comme on avait défini une erreur relative, l'on peut introduire une **incertitude relative**, qui n'est rien d'autre que le **rapport** de l'**incertitude absolue sur la valeur absolue de la grandeur mesurée**. **Sans unité**, et souvent exprimée en %, elle s'écrit :

$$\text{Incertitude relative} = \frac{\delta \mathrm{x}}{\mathrm{x}}$$

Si l'on dispose de la valeur officielle, on doit évidemment **vérifier** que l'**erreur correspondante est inférieure à l'incertitude.** Si ce n'est pas le cas, cela veut dire que la valeur officielle n'est pas comprise dans les marges d'incertitude de la mesure, en d'autres termes, que celle-ci est complètement ratée !

Exemple : Dans l'exemple choisi, on a : $\frac{\delta \mathrm{L}}{\mathrm{L}} = \frac{0{,}4\,[\mathrm{m}]}{42{,}8\,[\mathrm{m}]} \cong 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ **soit** environ 0,9 %

Structure de la matière

Démocrite (460-370 av. J.-C.) avait déjà imaginé que la matière était formée d'atomes (en grec : insécable) tous identiques. Ces particules étaient éternelles et s'unissaient et se séparaient dans un espace vide.

Pour décrire et comprendre les phénomènes abordés dans ce cours et en chimie, le modèle de l'atome composé d'un noyau formant l'essentiel de la masse, contenant les protons de charge élémentaire positive (+e) et les neutrons, entouré par les électrons, de charge élémentaire négative (-e) répartis de manière bien précise dans des couches (niveaux d'énergie différents), est suffisant.
Pour l'étude des liaisons chimiques et de la formation de molécules , seules les couches externes des électrons de l'atome sont concernées.

Données de la table CRM p.157 :

Particule	charge	masse
électron e^-	$- e = - 1,602 \cdot 10^{-19}$ [C]	$9,11 \cdot 10^{-31}$ [kg]
proton p	$+ e = + 1,602 . 10^{-19}$ [C]	$1,67(3) \cdot 10^{-27}$ [kg]
neutron n	------------	$1,67(5) \cdot 10^{-27}$ [kg]

Complétons cette description par un ordre de grandeur des dimensions des atomes et de leur noyau :

atome : 10^{-10} à 10^{-9} [m] (˜ 1/1'000'000 de [mm] !)

noyau : 10^{-15} à 10^{-14} [m]

Ce qui surprend c'est le rapport entre les dimensions du noyau et celles de l'atome : entre 10^4 et 10^5, l'atome est bien formé essentiellement de vide comme l'expérience de Rutherford l'avait déjà montré!

Proportionnalité et variation de grandeurs

En science et en particulier en physique, il est fréquent que deux grandeurs soient **proportionnelles**.
Voici plusieurs exemples :
Pour une même matière, sa **masse** est *proportionnelle* à son **volume**.
Pour une même matière, le **nombre d'atomes** est *proportionnel* à sa **masse**.
S'il n'y a pas d'accélération ni de freinage, la **distance** parcourue est *proportionnelle* à la **durée**.

Souvent, la *proportionnalité* est entre la **variation** d'une grandeur physique et la **variation** d'une autre grandeur physique. Voici des exemples :
La **distance** est une variation de position.
La **durée** est une variation de temps.
Donc le troisième exemple ci-dessus est déjà une *proportionnalité* entre **variation** de deux grandeurs physiques. Voici d'autres exemples.
La **variation de pression** sous l'eau est *proportionnelle* à la **variation de profondeur**.
L'**élongation** d'une tige métallique est *proportionnelle* à la **variation de température**.
La **variation de volume** d'un corps est *proportionnelle* à la **variation de température**.
Dans un ressort, la **variation de force** est *proportionnelle* à l'**élongation du ressort**.

Il n'y a <u>pas toujours</u> une relation de *proportionnalité* entre variation de grandeur.
Dans l'atmosphère, la **variation de pression** n'est *pas proportionnelle* à la **variation de hauteur**.
En cas d'accélération, la **distance** n'est *pas proportionnelle* à la **durée**.
La **variation d'énergie** d'un corps en mouvement n'est *pas proportionnelle* à la **variation de sa vitesse**.

Mais dans le cas où les **variations sont très petites**, il y a <u>toujours</u> *proportionnalité* entre les grandeurs physiques. Par exemple :

* dans l'atmosphère, proche d'une hauteur donnée, si la variation de hauteur est très petite, alors la variation de pression est proportionnelle à la variation de hauteur.
* Même en cas d'accélération, autour d'un temps donnée, si la durée est très petite, la distance est proportionnelle à la durée. Dans ce cas, le coefficient de proportionnalité est la vitesse instantanée. Nous reviendrons sur ce point dans le chapitre sur la cinématique.
* Quelle que soit l'accélération, autour d'un temps donnée, si la durée est très petite, la vitesse est proportionnelle à la durée. Dans ce cas, le coefficient de proportionnalité est l'accélération instantanée. Nous reviendrons aussi sur ce point dans le chapitre sur la cinématique.

Notations :

Si t représente le temps, la variation de temps se note $\Delta \mathbf{t}$.
Si x représente la position, la variation de position se note $\Delta \mathbf{x}$.
Si v représente la vitesse, la variation de vitesse se note $\Delta \mathbf{v}$.
De façon générale, si Z représente une grandeur, la variation de cette grandeur se note $\Delta \mathbf{Z}$.

Si la variation est très petite, on change la notation.
Une très petite variation de temps est notée : **dt**.
Une très petite variation de position est notée : **dx**.
Une très petite variation de vitesse est notée : **dv**.
Une très petite variation d'une grandeur Z est notée : **dZ**.

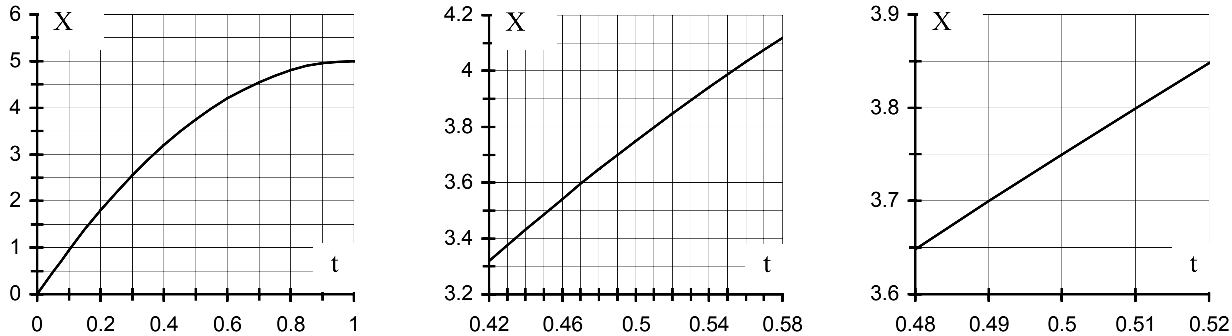
Vous avez vu au cycle qu'on définit la vitesse moyenne par : $V_{\text{moyenne}} = \dfrac{\text{distance}}{\text{duré}} = \dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

On verra qu'on définit la vitesse instantanée par : $V_{\text{instantanée}} = \dfrac{dx}{dt}$

Ceci sera vu dans le chapitre concernant la cinématique.

Illustration graphique que dans le cas où les **variations sont très petites**, il y a toujours *proportionnalité* entre les grandeurs physiques.

(Pour simplifier, les d'unités n'ont pas été écrites)



Dans le graphique de gauche, il n'y a *pas proportionnalité* entre la variation de X et la variation de t.

Par exemple si on prend $t_1 = 0{,}2$; $t_2 = 0{,}4$; $X_1 = 1{,}8$; $X_2 = 3{,}2$; on a : $\dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = 7{,}0$

Si on prend $t_1 = 0{,}6$; $t_2 = 0{,}8$; $X_1 = 4{,}2$; $X_2 = 4{,}9$; on a : $\dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = 3{,}5$

Ces rapports sont *différents*, donc on a pas proportionnalité.

Le graphique du milieu est simplement un zoom du graphique de gauche autour de t = 0,5.
Dans le graphique du milieu, il y a *proportionnalité* entre la variation de X et la variation de t.

La *proportionnalité* correspond à une **droite** dans un graphique.

Le *coefficient de proportionnalité* est la **pente** de la droite : $\dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1}$

Dans le graphique du milieu, la pente est de : $\dfrac{\Delta X}{\Delta t} = \dfrac{X_2 - X_1}{t_2 - t_1} = \dfrac{3{,}94 - 3{,}54}{0{,}54 - 0{,}46} = 5{,}0$

Ce qui signifie que autour de t = 0,5 on a la relation : $\boxed{\Delta X \approx 5{,}0 \cdot \Delta t}$

En français : "Autour de t = 0,5, la variation de la grandeur X est 5 fois plus grande que la variation de la grandeur t."

Le graphique de droite est un zoom encore plus grand du graphique de gauche, autour de t = 0,5.

Exercices qui suivent le cours sur les unités, mesures et précision.

Le nombre de chiffres significatifs exigés est de trois (ou quatre) lorsque rien n'est précisé.

1. Quelles sont les unités du système international des grandeurs suivantes :
a) la masse, b) le temps, c) la longueur, d) la vitesse ?

2. Sachant qu'**une tonne** égale mille kilogrammes. Exprimez une tonne en utilisant le bon préfixe devant l'unité "gramme".

3. En informatique, on parle souvent de **méga** et de **giga**, pour désigner des capacités mémoires. Ce sont deux abréviations pour mégaoctet et gigaoctet. Un octet ou byte en anglais représentent huit bits, soit huit mémoires élémentaires. Combien de bits correspondent à un mégaoctet et à un gigaoctet ?

4. Quelle est la masse totale de la Lune, la Terre et le Soleil réunis ? Que constatez-vous en comparant votre résultat avec les données ? Ecrivez le résultat avec cinq chiffres significatifs.

Masse de la Lune : $7{,}350 \cdot 10^{22}$ [kg]
Masse de la Terre : $5{,}9742 \cdot 10^{24}$ [kg]
Masse du Soleil : $1{,}9891 \cdot 10^{30}$ [kg]

5. Combien y a-t-il de secondes dans une année ?

6. Si votre coeur faisait 72 battements par minutes en moyenne et que vous viviez 80 ans, combien de battement ferait votre coeur durant toute votre vie ?

7. Calculez le rapport entre la masse de la planète Terre et la masse de l'ensemble de la population humaine, soit environ 7 milliards d'habitants. Donnez la réponse en écriture scientifique.
Masse moyenne d'un être humain : 65 [kg]

8. Une vitesse d'un noeud équivaut à 0,514 [m / s].
Cette vitesse correspond à un mille marin à l'heure.
a) Que vaut, en mètres, un mille marin ?
b) Que vaut, en noeuds, la vitesse d'un bateau qui se déplace à 40 [km / h] ?

9. Le mètre est la longueur qui équivaut à la dix-millionième partie du quart de la circonférence moyenne de la Terre (décret de 1791).
Evaluez la circonférence et le rayon moyen de notre planète, en kilomètres.

10. Un pouce ("inch" en anglais) mesure 2,54 centimètres. Un résolution de 300 dpi, signifie 300 points par pouce ("300 dots per inch" en anglais). Dans une résolution de 300 dpi, combien y a-t-il de points par centimètre et par millimètre ?

11. Un nucléon est soit un proton, soit un neutron. La masse d'un proton est environ égale à la masse d'un neutron qui vaut $1{,}675 \cdot 10^{-27}$ [kg]. La masse d'un électron est environ 1'800 fois plus faible que celle d'un proton, donc elle est négligeable relativement à celle d'un nucléon. En considérant que nous sommes constitués de nucléons et d'électrons (de masse que nous négligerons), calculez le nombre de nucléons qui constitue un corps de 60 [kg] !

12. La distance Genève - Lausanne est d'environ 60 kilomètres. Combien de temps prendrait un escargot se déplaçant à une vitesse moyenne de 30 centimètres par minute, pour aller de Genève à Lausanne ?