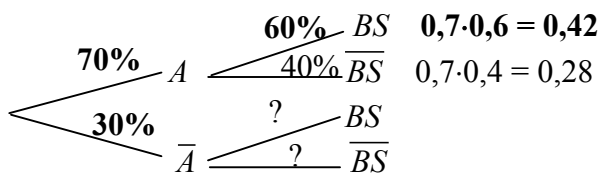


1.1 La probabilité d'avoir Face est :  $P(F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{3}{6} = 50\%$ , comme attendu par symétrie.

1.2 La probabilité d'avoir la pièce Truquée Face sachant qu'on a obtenu Face est :

$$P(\text{Truquée Face} | \text{Face}) = \frac{P(\text{Truquée Face} \cap \text{Face})}{P(\text{Face})} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3} \approx 66,7\%$$

2. Notons :  $A$  = "s'engage dans la vie active",  $\bar{A}$  = "continue l'uni",  
 $BS$  = "a gardé un bon souvenir",  $\bar{BS}$  = "n'a pas gardé un bon souvenir".  
Un arbre et un tableau aide beaucoup :



	A	$\bar{A}$	total
BS	42%	10%	52%
$\bar{BS}$	28%	20%	48%
total	70%	30%	100%

$$P(BS \cap A) = P(A) \cdot P(BS | A) = 0,70 \cdot 0,60 = 0,42 = 42\% ; 10\% = 52\% - 42\% \quad \text{et} \quad 20\% = 30\% - 10\%.$$

2.1 La probabilité qu'il garde un bon souvenir du collège s'il est à l'université :

$$P(BS | \bar{A}) = \frac{P(BS \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{10\%}{30\%} = 0,3 \approx 33,33\%$$

2.2 qu'il soit déjà dans la vie active si l'on sait qu'il a gardé un bon souvenir du collège :

$$P(A | BS) = \frac{P(A \cap BS)}{P(BS)} = \frac{42\%}{52\%} \approx 80,77\%$$

3.  $U = \{FFF; PFF; FPF; FFP; FPP; PFP; PPF; PPP\}$   
 $A = \{PPP; FFF\}$     $B = \{FFF; PFF; FPF; FFP\}$     $C = \{PPP; PPF; PFP; FPP; PFF; FPF; FFP\}$   
 $A \cap B = \{FFF\}$     $A \cap C = \{PPP\}$     $A \cup B = \{PPP; FFF; PFF; FPF; FFP\}$   
 $P(A) = 2/8 = 1/4$    ;    $P(B) = 4/8 = 1/2$    ;    $P(C) = 7/8$     $B \cap C = \{PFF; FPF; FFP\}$   
 $P(A \cap B) = 1/8$    ;    $P(A \cap C) = 1/8$    ;    $P(B \cap C) = 3/8$

3.1  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ , donc  $A$  et  $B$  sont indépendants.

Donc, savoir que le côté face apparaît au moins deux fois ne donne aucune information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

3.2  $P(A \cap C) \neq P(A) \cdot P(C)$ , donc  $A$  et  $C$  sont dépendants.

Donc, savoir que le côté pile apparaît au moins une fois donne de l'information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

3.3  $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$  par examen du Cardinal. Autre méthode :  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

$$P(B | C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{3/8}{7/8} = \frac{3}{7}.$$

4. Notons :  $A_k =$  "avoir une interrogation après  $k$  jours".  
Il faut tenir compte de par le contexte que les événements  $A_1 ; A_2 ;$  etc. sont indépendants.

4.1 Donc la probabilité que l'élève n'ait pas d'interrogation durant dix jours de suite est :

$$P(\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \dots \cap \bar{A}_{10}) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot \dots \cdot P(\bar{A}_{10}) = \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 0,263 = 26,3\%$$

4.2 La probabilité que l'élève ait eu au moins une interrogation durant dix jours consécutifs :

$$1 - \text{la probabilité calculée précédemment} = 1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 1 - 0,263 = 0,737 = 73,7\%$$

4.3 La probabilité que l'élève ait au moins une interrogation durant  $n$  jours de suite est :  $1 - \left(\frac{7}{8}\right)^n$

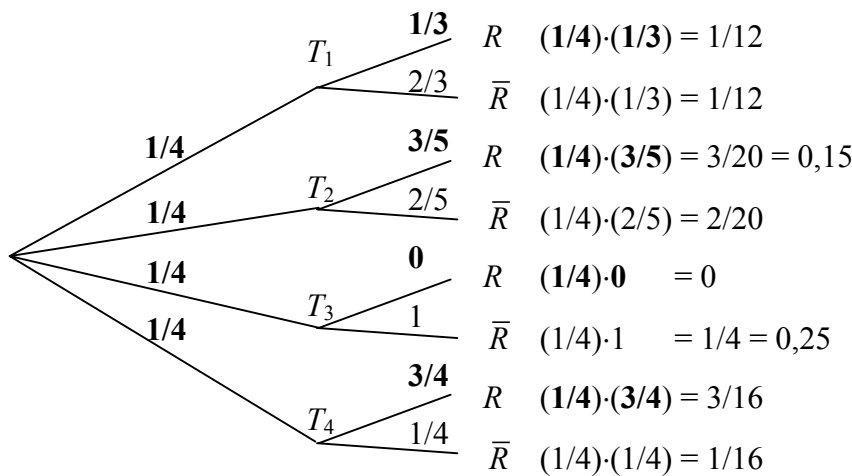
On cherche  $n$  pour que cette probabilité soit plus grande ou égale à 0,9.

$$1 - \left(\frac{7}{8}\right)^n > 0,9 \Leftrightarrow 0,1 > \left(\frac{7}{8}\right)^n \Leftrightarrow \log(0,1) > n \cdot \log\left(\frac{7}{8}\right) \Leftrightarrow n > \frac{\log(0,1)}{\log\left(\frac{7}{8}\right)} \approx 17,24$$

Donc il faut au moins 18 jours pour que l'élève ait plus de neuf chances sur dix d'avoir une interrogation.

5. Notons :  $R =$  "il fait une rencontre",  $\bar{R} =$  "il ne fait pas de rencontre",  
 $T_k =$  "il a choisi le  $k^{\text{ème}}$  tabouret".

On va supposer qu'il choisit un tabouret au hasard : chaque tabouret a **1 chance sur 4** d'être choisi.



	$T_1$	$T_2$	$T_3$	$T_4$	total
$R$	$(1/4) \cdot (1/3)$	$(1/4) \cdot (3/5)$	$(1/4) \cdot 0$	$(1/4) \cdot (3/4)$	$1/12 + 3/20 + 0 + 3/16 \approx 42,08\%$
$\bar{R}$	$(1/4) \cdot (2/3)$	$(1/4) \cdot (2/5)$	$(1/4) \cdot 1$	$(1/4) \cdot (1/4)$	$2/12 + 2/20 + 1/4 + 1/16 \approx 57,92\%$
total	<b>1/4</b>	<b>1/4</b>	<b>1/4</b>	<b>1/4</b>	<b>1</b>

5.1 La probabilité qu'il fasse la rencontre de sa vie est :  $P(R) \approx 42,08\%$  Somme des "R".

5.2 Sachant qu'il a fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le deuxième tabouret est :

$$P(T_2 | R) \approx \frac{0,15}{0,4208} \approx 0,3565 = 35,65\% . \quad (\text{Il n'y a bien sûr aucune chance qu'il ait choisi le 3ème tabouret !})$$

5.3 Sachant qu'il n'a pas fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le troisième tabouret est :

$$P(T_3 | \bar{R}) \approx \frac{0,25}{0,5792} \approx 0,4316 = 43,16\% .$$