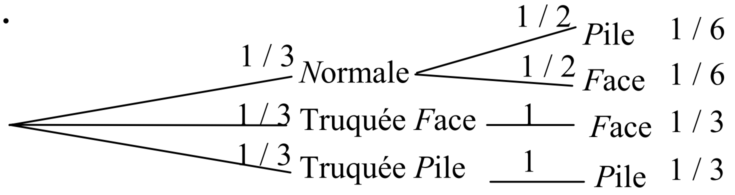
1.



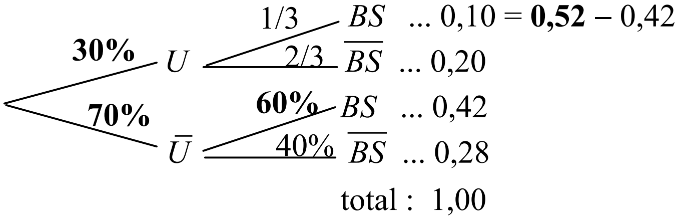
1.1 La probabilité d'avoir Face est : $P(F) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot 1 = \frac{3}{6} = 50\%$, comme attendu par symétrie.

1.2 La probabilité d'avoir la pièce Truquée Face sachant qu'on a obtenu Face est :

$$P(T\text{ruquée } F\text{ace} \mid F\text{ace}) = \frac{P(T\text{ruquée } F\text{ace} \cap F\text{ace})}{P(F\text{ace})} = \frac{1/3}{1/2} = \frac{2}{3} \approx 66,7\%$$

---

2. Notons : U = "continue l'uni", $\bar{U}$ = "s'engagent dans la vie active",
BS = "a gardé un bon souvenir", $\overline{BS}$ = "n'a pas gardé un bon souvenir".
Un arbre ou un tableau aide beaucoup : (Ici, le tableau est un peu plus simple à construire)



	U	$\bar{U}$	total
BS	10%	**60% · 70%**	**52%**
$\overline{BS}$	20%	28%	48%
total	**30%**	**70%**	**100%**

2.1 La probabilité qu'il garde un bon souvenir du collège s'il est à l'université :

$$P(BS \mid U) = \frac{P(BS \cap U)}{P(U)} = \frac{0,1}{0,3} = 0,\bar{3} \approx 33,33\%$$

2.2 qu'il soit déjà dans la vie active si l'on sait qu'il a gardé un bon souvenir du collège :

$$P(\bar{U} \mid BS) = \frac{P(\bar{U} \cap BS)}{P(BS)} = \frac{0,42}{0,52} \approx 80,77\%$$

---

3. $U = \{FFF; PFF; FPF; FFP; FPP; PFP; PPF; PPP\}$

$A = \{PPP; FFF\}$ $B = \{FFF; PFF; FPF; FFP\}$ $C = \{PPP; PPF; PFP; FPP; PFF; FPF; FFP\}$

$A \cap B = \{FFF\}$ $A \cap C = \{FFF\}$ $A \cup B = \{PPP; FFF; PFF; FPF; FFP\}$

$P(A) = 2/8 = 1/4$; $P(B) = 4/8 = 1/2$; $P(C) = 7/8$ $B \cap C = \{PFF; FPF; FFP\}$

$P(A \cap B) = 1/8$; $P(A \cap C) = 1/8$; $P(B \cap C) = 3/8$

3.1 $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$, donc A et B sont indépendants.
Donc, savoir que le côté face apparaît au moins deux fois ne donne aucune information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

3.2 $P(A \cap C) \neq P(A) \cdot P(C)$, donc A et C sont dépendants.
Donc, savoir que le côté pile apparaît au moins une fois donne de l'information sur la probabilité que le même côté apparaisse trois fois et réciproquement.

3.3 $P(A \cup B) = \frac{5}{8}$ par examen du Cardinal. **Autre méthode :** $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{8} + \frac{4}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$

$$P(B \mid C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{3/8}{7/8} = \frac{3}{7}.$$

---

4. Notons : A_k = "avoir une interrogation après k jours".
Il faut tenir compte de par le contexte que les événements A_1 ; A_2 ; etc. sont indépendants.

4.1 Donc la probabilité que l'élève n'ait pas d'interrogation durant dix jours de suite est :

$$P(\overline{A}_1 \cap \overline{A}_2 \cap ... \cap \overline{A}_{10}) = P(\overline{A}_1) \cdot P(\overline{A}_2) \cdot ... \cdot P(\overline{A}_{10}) = \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 0,263 = 26,3\%$$

4.2 La probabilité que l'élève ait eu au moins une interrogation durant dix jours consécutifs :

1 − la probabilité calculée précédemment = $1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{10} \approx 1 - 0,263 = 0,737 = 73,7\%$

4.3 La probabilité que l'élève ait au moins une interrogation durant n jours de suite est : $1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{n}$

On cherche n pour que cette probabilité soit plus grande ou égale à 0,9.

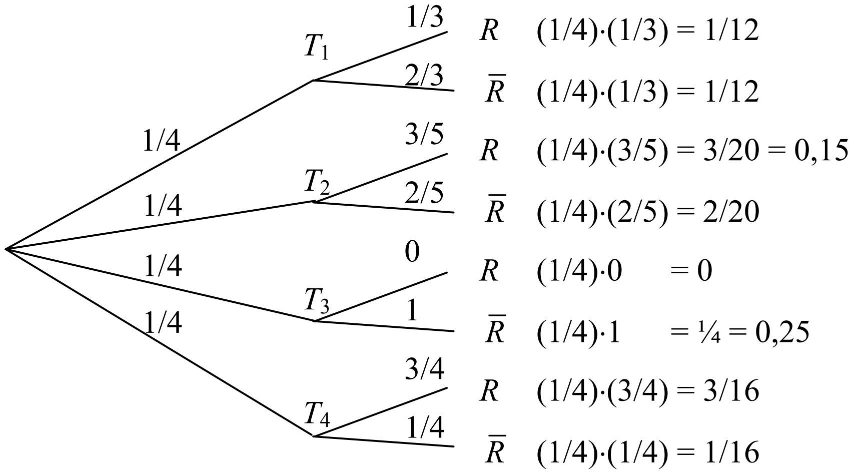
$$1 - \left(\frac{7}{8}\right)^{n} > 0,9 \quad \Leftrightarrow \quad 0,1 > \left(\frac{7}{8}\right)^{n} \quad \Leftrightarrow \quad \log(0,1) > n \cdot \log\left(\frac{7}{8}\right) \quad \Leftrightarrow \quad n > \frac{\log(0,1)}{\log\left(\frac{7}{8}\right)} \approx 17,24$$

Donc il faut au moins 18 jours pour que l'élève ait plus de neuf chances sur dix d'avoir une interrogation.

---

5. Notons : R = "il fait une rencontre", $\overline{R}$ = "il ne fait pas de rencontre",
T_k = "il a choisi le $k^{\text{ème}}$ tabouret".
On va supposer qu'il choisit un tabouret au hasard : chaque tabouret a **1** chance **sur 4** d'être choisi.

	T_1	T_2	T_3	T_4	total
R	**(1/4)·(1/3)**	**(1/4)·(3/5)**	**(1/4)·0**	**(1/4)·(3/4)**	1/12+3/20+0+3/16 ≈ 42,08%
$\overline{R}$	(1/4)·(2/3)	(1/4)·(2/5)	(1/4)·1	(1/4)·(1/4)	2/12+2/20+1/4+1/16 ≈ 57,92%
total	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1**



5.1 La probabilité qu'il fasse la rencontre de sa vie est : $P(R) \approx 42,08\%$ Somme des "R".

5.2 Sachant qu'il a fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le deuxième tabouret est :

$P(T_2 \mid R) \approx \dfrac{0,15}{0,4208} \approx 0,3565 = 35,65\%$. **(Il n'y a bien sûr aucune chance qu'il ait choisi le 3ème tabouret !)**

5.3 Sachant qu'il n'a pas fait la rencontre de sa vie, la probabilité qu'il ait choisi le troisième tabouret est :

$P(T_3 \mid \overline{R}) \approx \dfrac{0,25}{0,5792} \approx 0,4316 = 43,16\%$.
