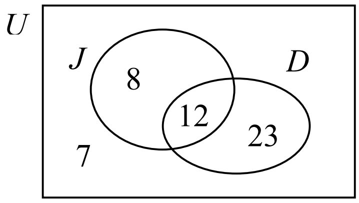
1. Notons : J = "avoir une Jaguar", $\overline{J}$ = "ne pas avoir une Jaguar", D = "avoir une décapotable", $\overline{D}$ = "ne pas avoir une décapotable".
Un diagramme de Venn ou un tableau aide beaucoup :



	J	$\overline{J}$	total
D	**12**	23	**35**
$\overline{D}$	8	7	15
total	**20**	30	**50**

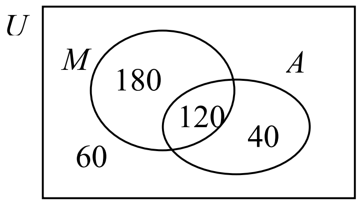
1.1 La probabilité d'avoir une Jaguar non décapotable est : $P(J \cap \overline{D}) = \dfrac{8}{50} = 0{,}16 = 16\%$

1.2 La probabilité d'avoir une décapotable non Jaguar est : $P(D \cap \overline{J}) = \dfrac{23}{50} = 0{,}46 = 46\%$

1.3 La probabilité d'avoir ni une Jaguar ni une décapotable est : $P(\overline{J} \cap \overline{D}) = \dfrac{7}{50} = 0{,}14 = 14\%$

---

2. Notons : M = "être assuré contre la maladie", $\overline{M}$ = "ne pas être assuré contre la maladie", A = "être assuré contre les accidents", $\overline{A}$ = "ne pas être assuré contre les accidents".
Un diagramme de Venn ou un tableau aide beaucoup :



	M	$\overline{M}$	total
A	**120**	40	**160**
$\overline{A}$	180	60	240
total	**300**	100	**400**

2.1 La probabilité d'être assuré contre la maladie mais pas contre les accidents est : $P(M \cap \overline{A}) = \dfrac{180}{400} = 0{,}45 = 45\%$

2.2 La probabilité d'être assuré contre la maladie <u>ou</u> contre les accidents est : $P(M \cup A) = \dfrac{340}{400} = \dfrac{17}{20} = 0{,}85 = 85\%$

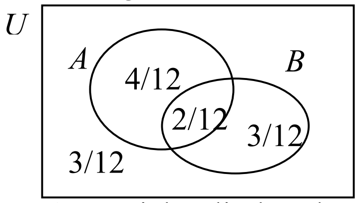
2.3 La probabilité d'être assuré ni contre la maladie ni contre les accidents est : $P(\overline{M} \cap \overline{A}) = \dfrac{60}{400} = 0{,}15 = 15\%$

3.1 $P(\overline{A}) = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$

3.2 $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{12}$

3.3 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \;\Rightarrow\; P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = \dfrac{6}{12} + \dfrac{5}{12} - \dfrac{9}{12} = \dfrac{2}{12}$

Un diagramme de Venn ou un tableau aide beaucoup :



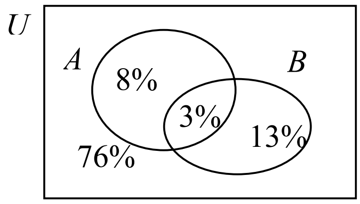
	A	$\overline{A}$	total
B	**2/12**	3/12	**5/12**
$\overline{B}$	4/12	**3/12**	7/12
total	**6/12**	6/12	**12/12**

L'essentiel se lit dans le tableau : **3.2 ou 3.3** se lit dans le tableau, l'autre doit être calculé.

3.4 $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) = 1 - \dfrac{1}{6} = \dfrac{5}{6}$

3.5 $P(A \cap \overline{B}) = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$ **3.6** $P(A \cup \overline{B}) = P(A) + P(\overline{B}) - P(A \cap \overline{B}) = \dfrac{6}{12} + \dfrac{7}{12} - \dfrac{4}{12} = \dfrac{9}{12} = \dfrac{3}{4}$

4. Notons : A = "avoir le défaut A", $\overline{A}$ = "ne pas avoir le défaut A",
B = "avoir le défaut B", $\overline{B}$ = "ne pas avoir le défaut B".
Un diagramme de Venn ou un tableau aide beaucoup :



	A	$\overline{A}$	total
B	3%	13%	**16%**
$\overline{B}$	8%	**76%**	84%
total	**11%**	89%	**100%**

4.1 La probabilité d'avoir au moins un défaut : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 11\% + 16\% - 3\% = 24\%$

4.2 La probabilité d'avoir les deux défauts : $P(A \cap B) = 3\%$

4.3 La probabilité d'avoir le défaut B seulement : $P(B \cap \overline{A}) = 13\%$

4.4 La probabilité d'avoir un seul défaut : $P\left[(A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)\right] = P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = 8\% + 13\% = 21\%$

---

5. Card(U) = 36. Même si les dés ne sont pas distinguables, physiquement il y en a deux différents.
Si on ne distinguait pas les dés, les événements élémentaires ne seraient pas équiprobables !

5.1 Somme = 7 si A = { (1 ; 6) ; (2 ; 5) ;(3 ; 4) ; (4 ; 3) ; (5 ; 2) ; (6 ; 1) }, donc P(A) = $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

5.2 Somme = 8 si B = { (2 ; 6) ; (3 ; 5) ;(4 ; 4) ; (5 ; 3) ; (6 ; 2) }, donc P(B) = $\dfrac{5}{36}$

5.3 Double si C = { (1 ; 2) ; (2 ; 4) ;(3 ; 6) ; (2 ; 1) ; (4 ; 2) ; (6 ; 3) }, donc P(C) = $\dfrac{6}{36} = \dfrac{1}{6}$

5.4 P(égalité des deux dés) = $\dfrac{1}{6}$

Cette situation à deux dés peut aussi se représenter par un tableau <u>à double entrée</u> dont on compte les « bonnes » cellules :

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1 ; 1	1 ; 2	1 ; 3	1 ; 4	1 ; 5	1 ; 6
2	2 ; 1	2 ; 2	2 ; 3	2 ; 4	2 ; 5	2 ; 6
3	3 ; 1	3 ; 2	3 ; 3	3 ; 4	3 ; 5	3 ; 6
4	4 ; 1	4 ; 2	4 ; 3	4 ; 4	4 ; 5	4 ; 6
5	5 ; 1	5 ; 2	5 ; 3	5 ; 4	5 ; 5	5 ; 6
6	6 ; 1	6 ; 2	6 ; 3	6 ; 4	6 ; 5	6 ; 6

---

6. Card(U)= $2^5 = 32$

6.1 Probabilité d'avoir uniquement des faces : P("FFFFF") = $\dfrac{1}{32}$

6.2 Probabilité d'avoir exactement trois faces = $\dfrac{\overline{P}(3,2)}{2^5} = \dfrac{\frac{5!}{3!\cdot 2!}}{32} = \dfrac{10}{32} = \dfrac{5}{16} = 0{,}3125$ car

$\overline{P}(3,2)$ = le nombre de manières d'avoir 3 faces et 2 piles. C'est une permutation avec répétition.

6.3 Probabilité d'avoir au moins trois faces =

$$\frac{\overline{P}(3,2)}{2^5} + \frac{\overline{P}(4,1)}{2^5} + \frac{\overline{P}(5,0)}{2^5} = \frac{\frac{5!}{3!\cdot 2!}}{32} + \frac{\frac{5!}{4!\cdot 1!}}{32} + \frac{\frac{5!}{5!\cdot 0!}}{32} = \frac{10+5+1}{32} = \frac{16}{32} = 0{,}5\,.$$

"3 faces et 2 piles" ; "4 faces et 1 pile" ; "5 faces et 0 pile" sont trois événements incompatibles deux à deux, donc leurs probabilités respectives s'additionnent.

Autre formulation

6. Card(U)= $2^5 = 32$

6.1 P("FFFFF") $= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{32}$ **car chaque lancer est indépendant.**

6.2 FFFPP ou FFPFP ou ….. , étant entendu que chacune des ces issues possède la probabilité $\frac{1}{32}$.

Pour obtenir tous les cas, il s'agit d'additionner toutes les permutations avec répétitions, incompatibles deux à deux, de ces 5 objets :

P(3F&2P) = $\frac{1}{2^5} \cdot \overline{P}(3,2) = \frac{1}{2^5} \cdot \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} = 0,3125$

6.3 Probabilité d'avoir au moins trois faces =

$$\underbrace{\frac{1}{2^5} \cdot \overline{P}(3,2)}_{(3F + 2P)} + \underbrace{\frac{1}{2^5} \cdot \overline{P}(4,1)}_{(4F + 1P)} + \underbrace{\frac{1}{2^5} \cdot \overline{P}(5,0)}_{(5F + 0P)} = \frac{1}{2^5} \cdot \left[\frac{5!}{3! \cdot 2!} + \frac{5!}{4! \cdot 1!} + \frac{5!}{5! \cdot 0!} \right] = \frac{10+5+1}{32} = \frac{16}{32} = 0,5.$$

Evénements incompatibles deux à deux, donc leurs probabilités respectives s'additionnent.