

**Exercice 1**

Soit  $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2\}$  la base canonique de  $\mathbb{R}^2$  et  $f$  la transformation linéaire de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$  décrite

par la matrice  $M(f) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$ .

Donnez les images des vecteurs :  $\vec{x} = 2 \cdot \vec{e}_1$  ;  $\vec{y} = 3 \cdot \vec{e}_1 - \vec{e}_2$  et  $\vec{z} = \vec{e}_1 - \vec{e}_2$ .

**Exercice 2**

Interprétez géométriquement les transformations linéaires suivantes :

1)  $M(f) = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$       3)  $M(f) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

2)  $M(f) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$       4)  $M(f) = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \end{pmatrix}$

**Exercice 3**

Relativement à la base canonique  $\{\vec{e}_1; \vec{e}_2\}$  de  $\mathbb{R}^2$ , déterminez la matrice des transformations linéaires suivantes :

- 1) La projection orthogonale sur la droite  $y = -x$ . Faites un dessin !
- 2) La symétrie d'axe  $A$ , où  $A$  est la droite d'inclinaison  $30^\circ$  et passant par l'origine. Faites un dessin !

**Exercice 4**

1) Soit  $f(\langle x; y \rangle) = \langle 4x - y; -3x + 2y \rangle$  une transformation linéaire de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$ .

Déterminez l'équation cartésienne de la droite  $D'$ , images par  $f$ , de la droite  $D$  d'équation :  $2x + 3y = 4$ .

2) Déterminez l'image du carré de sommets  $\langle -4; 6 \rangle$  ;  $\langle -4; 4 \rangle$  ;  $\langle -2; 4 \rangle$  ;  $\langle -2; 6 \rangle$  par la symétrie orthogonale d'axe  $y = 2x$  dans  $\mathbb{R}^2$ .

**Exercice 5**

Soient  $f$  et  $g$  deux transformations linéaires de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$  dont les matrices associées sont :

$$M(f) = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } M(g) = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Soit  $\vec{b} = \langle -2; 3 \rangle$  un vecteur de  $\mathbb{R}^2$ .

- 1) Calculez  $(g \circ f)(\vec{b})$  et  $(f \circ g)(\vec{b})$ .
- 2) Quel est le vecteur  $\vec{a}$  tel que  $f(\vec{a}) = \vec{b}$  ?

**Exercice 6**

Soient les transformations linéaires de  $\mathbb{R}^2$  dans  $\mathbb{R}^2$  suivantes :

◦  $f$  définie par  $f(\langle x; y \rangle) = \langle 2x - y; -x + 4y \rangle$

◦  $g$  définie par la symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation  $x + y = 0$ .

- 1) Donnez les matrices  $M(f)$  et  $M(g)$ .
- 2) Calculez l'image du segment d'extrémités  $\langle 2; 1 \rangle$  et  $\langle 0; 3 \rangle$ , par  $f$ , par  $g$  et par  $f \circ g$ .