Matrices

Exercice 1

Soit la matrice suivante: $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 & 8 \\ 2 & -4 & 6 \end{pmatrix}$.

a) Quels sont les éléments de la deuxième ligne ?
b) Quels sont les éléments de la troisième colonne ?
c) Que valent les éléments a_{13} et a_{21} ?
d) Quels sont les indices ij correspondant à l'élément 6 ?

Exercice 2

Soient les matrices suivantes : $A=\begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$; $C=\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 7 & -6 \end{pmatrix}$ et $D=\begin{pmatrix} 3 \\ -8 \end{pmatrix}$.

a) Calculez les matrices suivantes :

i) $A+B$ et $B+A$

ii) $(A+B)+C$ et $A+(B+C)$

iii) $4\cdot(A+C)$ et $4\cdot A+4\cdot C$

iv) $A\cdot B$ et $B\cdot A$

v) $(B\cdot C)\cdot D$ et $B\cdot(C\cdot D)$

b) Observez ces calculs et conjecturez des propriétés des matrices.
c) Parmi les conjectures précédentes, lesquelles avez-vous démontrées ?

Exercice 3

Soient les matrices suivantes : $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ et $C=\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & 2 \end{pmatrix}$.

Calculez :

a) $A\cdot(B+C)$ et $A\cdot B+A\cdot C$, puis

b) $(A+B)\cdot C$ et $A\cdot C+B\cdot C$, puis conjecturez des propriétés des matrices.

Exercice 4

Soit la matrice : $A=\begin{pmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$.

Déterminez:

a) la matrice O_1 telle que $A+O_1=A$

b) la matrice B telle que $A+B=O_1$

c) la matrice I_2 telle que $A\cdot I_2=A$

d) la matrice C telle que $A\cdot C=I_2$

Comparez avec les calculs similaires dans l'ensemble des nombres réels, en particulier, si A était un nombre réel, à quoi correspondraient O_1 ; B ; I_2 et C ?

Exercice 5

Ecrivez le système d'équations $\begin{cases} 2x+3y &= 10 \\ 5x-2y &= -13 \end{cases}$ sous forme matricielle.

Exercice 6

Vrai ou Faux ? Justifiez!

a) Le produit d'une matrice 3x4 par une matrice 4x5 est défini et donne une matrice 3x5.
b) Si A et B sont deux matrices, alors $A\cdot B\neq B\cdot A$.
c) Si le produit de deux matrices donne la matrice nulle $A\cdot B=0$, alors $A=0$ ou $B=0$.
d) Si $A\cdot B=A\cdot C$, alors $B=C$.