

7) L'ordre des deux joueurs participant à une partie donnée ne compte pas,
donc c'est une combinaison : $C_2^{12} = \frac{12!}{10! \cdot 2!} = 66$

8) a) L'ordre des invités ne compte pas, donc c'est une combinaison : $C_5^{11} = \frac{11!}{6! \cdot 5!} = 462$

b) Les 2 amis forment un bloc, donc deux alternatives :
ou bien ils viennent ensemble ; ou bien ils ne viennent ni l'un ni l'autre.

Calcul de la 1^{ère} alternative : le bloc vient, il reste 3 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_2^2 \cdot C_3^9 = \frac{2!}{0! \cdot 2!} \cdot \frac{9!}{6! \cdot 3!} = 1 \cdot 84 = 84$$

Calcul de la 2^{ème} alternative : le bloc ne vient pas, il reste 5 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_0^2 \cdot C_5^9 = \frac{2!}{2! \cdot 0!} \cdot \frac{9!}{4! \cdot 5!} = 1 \cdot 126 = 126$$

Si la maîtresse de maison veut envisager TOUTES les alternatives : $84 + 126 = 210$.

Attention aux signes + et • : pourquoi l'un ou l'autre ?

c) Les deux amis D1 et D2 se détestent, donc 2 alternatives :
ou bien un seul des deux D vient ; ou bien aucun des deux D ne vient.

Calcul de la 1^{ère} alternative : un D vient, il reste 4 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_1^2 \cdot C_4^9 = \frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \frac{9!}{5! \cdot 4!} = 2 \cdot 126 = 252$$

Calcul de la 2^{ème} alternative : aucun D ne vient, il reste 5 amis à inviter sur un effectif de 9

$$C_0^2 \cdot C_5^9 = \frac{2!}{2! \cdot 0!} \cdot \frac{9!}{4! \cdot 5!} = 1 \cdot 126 = 126$$

Si la maîtresse de maison veut envisager TOUTES les alternatives : $126 + 252 = 378$.

9) a) L'ordre dans lequel l'étudiant choisit les questions auxquelles il veut répondre ne compte pas :
Combinaison $C_{10}^{13} = \frac{13!}{3! \cdot 10!} = 286$

b) Il reste encore 8 questions à choisir parmi 11 : $C_2^2 \cdot C_8^{11} = 1 \cdot \frac{11!}{3! \cdot 8!} = 165$

Remarque : le facteur $C_2^2 = 1$ est superflu car il n'y a qu'une seule façon de choisir les deux questions obligatoires !

c) Il doit choisir une seule des deux premières questions et neuf autres parmi les onze restantes.

$$\text{Donc : } C_1^2 \cdot C_9^{11} = \frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \frac{11!}{2! \cdot 9!} = 2 \cdot 55 = 110$$

d) Il doit choisir trois des cinq premières questions et donc sept autres parmi les huit restantes.

$$\text{Donc : } C_3^5 \cdot C_7^8 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot \frac{8!}{1! \cdot 7!} = 10 \cdot 8 = 80$$

e) Il doit choisir trois des cinq premières questions et sept autres parmi les huit restantes,
ou bien quatre des cinq premières questions et six autres parmi les huit restantes,
ou bien cinq des cinq premières questions et cinq autres parmi les huit restantes.

Donc en additionnant les trois alternatives :

$$C_3^5 \cdot C_7^8 + C_4^5 \cdot C_6^8 + C_5^5 \cdot C_5^8 = 80 + 140 + 56 = 276$$

10)	<p>a) Il choisit 3 élèves sur les 15 élèves de A et donc encore 2 élèves sur les 12 élèves de B. (L'ordre du choix ne compte pas, seuls les objets sélectionnés comptent) :</p> $C_3^{15} \cdot C_2^{12} = \frac{15!}{12! \cdot 3!} \cdot \frac{12!}{10! \cdot 2!} = 30'030$ <p>b) Ou bien {(3 élèves de A) et (2 de B)}, ou bien {(4 élèves de A) et (1 de B)}, ou bien {(5 élèves de A) et (0 de B)} ce qui donne : $C_3^{15} \cdot C_2^{12} + C_4^{15} \cdot C_1^{12} + C_5^{15} \cdot C_0^{12} = 49'413$</p> <p>c) Ou bien {(3 A) et (2 B)}, ou bien {(2 A) et (3 B)}, ou bien {(1 A) et (B)}, ou bien {(0 A) et (5 B)} :</p> $C_3^{15} \cdot C_2^{12} + C_2^{15} \cdot C_3^{12} + C_1^{15} \cdot C_4^{12} + C_0^{15} \cdot C_5^{12} = 455 \cdot 66 + 105 \cdot 220 + 15 \cdot 495 + 1 \cdot 792 = 61'347$ <p>Meilleure méthode : il a tous les choix possibles (5 élèves à choisir parmi 27 (15+12 !!!)) soit C_5^{27} moins les choix {(4A et 1B) ou (5A et 0B)}</p> <p>Donc : $C_5^{27} - C_4^{15} \cdot C_1^{12} - C_5^{15} \cdot C_0^{12} = 80'730 - 16'380 - 3'003 = 61'347$</p> <p>d) ou bien (5A et 0B) , ou bien (0A et 5B) : $C_5^{15} \cdot C_0^{12} + C_0^{15} \cdot C_5^{12} = 3'003 + 792 = 3'795$</p> <p>e) on pourrait écrire tous les termes correspondants, ce serait long. Meilleure méthode : il a tous les choix possibles C_5^{27} moins les choix {(5A et 0B) ou (0A et 5B)}</p> <p>Donc : $C_5^{27} - C_5^{15} \cdot C_0^{12} - C_0^{15} \cdot C_5^{12} = 80'730 - 3'003 - 792 = 76'935$</p>
11)	<p>L'ordre compte, arrangements Voyelles : A E I O U Y</p> <p>a) $\overline{A}_3^{26} = 26^3 = 17'576$ c) $6 \cdot 25 \cdot 24 = 3'600$</p> <p>b) $A_3^{26} = 26 \cdot 25 \cdot 24 = 15'600$ d) $1 \cdot 25 \cdot 24 + 25 \cdot 1 \cdot 24 + 25 \cdot 24 \cdot 1 = 1'800$</p> <p style="text-align: right;">il reste deux lettres à choisir et le S peut occuper 3 places possibles.</p>
12)	<p>a) $P_7 = 7! = 5'040$</p> <p>b) G ? ? ? ? ? il reste 6 lettres à permuter donc : $P_6 = 6! = 720$</p> <p>c) C1 C2 ? ? ? V1 V2 L O G I Q U E = sept lettres = 4 voyelles + 3 consonnes</p> <p>$A_2^3 \cdot P_3 \cdot A_2^4 = 6 \cdot 6 \cdot 12 = 432$ les trois lettres restantes ? ? ? au milieu sont sans choix, mais à permuter</p>
13)	<p>Dans une main, l'ordre ne compte pas : combinaisons</p> <p>a) $C_9^{36} = 94'143'280$</p> <p>b) $C_3^9 \cdot C_2^9 \cdot C_2^9 \cdot C_2^9 = 3'919'104$ il ne faut pas oublier les cartes 8 et 9 à choisir en trèfle !</p> <p>c) $C_3^4 \cdot C_2^4 \cdot C_4^{28} = 491'400$ il ne faut pas oublier les cartes 6, 7 8 et 9 à choisir ni en AS, ni en ROI !</p> <p>d) Au moins 3 AS signifie « 3 AS <u>ou</u> 4 AS », donc $C_3^4 \cdot C_6^{32} + C_4^4 \cdot C_5^{32} = 3'826'144$</p> <p>e) Nbre de mains avec au moins 1 AS = (nombre total de mains) moins (nombre de mains sans AS)</p> <p>Donc : $C_9^{36} - C_0^4 \cdot C_9^{32} = 94'143'280 - 28'048'800 = 66'094'480$</p> <p>Naturellement, on aurait pu additionner le nombre de mains avec 1 As + celui avec 2 As + ...</p>
14)	<p>On a : un bloc de 4 K(itchen), un bloc de 5 P et un bloc de 6 C(himie). On peut permuter les trois blocs entre eux et les livres à l'intérieur de chaque bloc :</p> <p>Nombre total d'alignements = $P_3 \cdot P_4 \cdot P_5 \cdot P_6 = 3! \cdot 4! \cdot 5! \cdot 6! = 12'441'600$</p>
15)	<p>a) $C_4^{20} = 4'845$ (il y a 20 élèves en tout) b) $C_1^{11} \cdot C_3^9 = 924$</p> <p>c) « Au moins 1 F » = Le contraire de « uniquement des Garçons »: $C_4^{20} - C_4^9 = 4'719$</p> <p>Naturellement on aurait pu additionner $C_1^{11} \cdot C_3^9 + C_2^{11} \cdot C_2^9 + C_3^{11} \cdot C_1^9 + C_4^{11} \cdot C_0^9$ Long !</p>
16)	<p>a) L'ordre ne compte pas $C_2^{10} = 45$</p> <p>b) Il faut choisir A et un autre point parmi 9 : $C_1^1 \cdot C_1^9 = 9$</p> <p>c) « Combien de droites passent par les 8 autres points ? » $C_2^8 = 28$</p> <p>d) Il faut 3 points <u>non alignés</u> (comme dans l'énoncé) , sans ordre : $C_3^{10} = 120$</p> <p>e) Prendre les points A et B obligatoirement et il reste 8 points pour le choix du 3^{ème} sommet :</p> $C_2^2 \cdot C_1^8 = 8$