❶ Calculez en valeur exacte les intégrales définies suivantes.

1. $\int_{-2}^{2} x^2 dx$	2. $\int_{0}^{3} x^3 dx$	3. $\int_{-1}^{1} \left(1-x^2\right) dx$
4. $\int_{1}^{2} \left(x^2-x\right) dx$	5. $\int_{-1}^{3} \left(9-x^2\right) dx$	6. $\int_{0}^{2} \left(8-x^3\right) dx$
7. $\int_{1}^{3} \left(x^3-x^2\right) dx$	8. $\int_{-1}^{2} 3\left(x-2\right)^2 dx$	9. $\int_{0}^{1} \left(1+x-x^2\right) dx$
10. $\int_{0}^{\pi} \left(1+\sin(x)\right) dx$	11. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos(x)\, dx$	12. $\int_{0}^{\pi/4} \sin(2x)\, dx$

❷ Calculez en valeur exacte les intégrales définies suivantes.

1. $\int_{-\pi}^{\pi} \sin(2x) dx$	2. $\int_{-11}^{2} \sqrt[3]{5-2x}\, dx$	3. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \left(\sin(4x)-5\cos(x)\right) dx$
4. $\int_{-1}^{2} \frac{x^3+1}{\left(x^4+4x+1\right)^2} dx$	5. $\int_{1}^{3} \left(8-x^3\right) dx$	6. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{2\pi} \cos(x)\sin^2(x)\, dx$
7. $\int_{-1}^{0} \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} dx$	8. $\int_{\frac{1}{5}}^{\frac{7}{5}} 2\left(3-5x\right)^3 dx$	9. $\int_{0}^{1} \left(x^2-1\right)\left(x^3-3x\right)^4 dx$
10. $\int_{1}^{8} \left(\frac{1}{\sqrt{2x}}-3\sqrt{x}\right) dx$	11. $\int_{-2}^{1} \frac{3x^2-5x}{2x} dx$	12. $\int_{-\pi/2}^{\pi} -\sin(x)\cos(x)\, dx$
13. $\int_{2}^{4} e^{x/2}\, dx$	14. $\int_{1}^{5} \frac{1}{3x} dx$	15. $\int_{-3}^{2} x e^{-2x^2}\, dx$
16. $\int_{-2}^{0} \frac{x}{x^2+3} dx$	17. $\int_{2}^{4} \frac{4x+4}{x^2+2x+3} dx$	18. $\int_{-2}^{0} \left(x+\frac{1}{2}\right) e^{x^2+x}\, dx$

❸ Déterminez la ou les valeur(s) de k telle(s) que $\int_{-2}^{k} \left(-2x+3\right) dx = -8$

❹ Calculez par parties les intégrales définies :

1. $\int_{0}^{\pi} (x-1)\cdot\cos(x)\, dx$	2. $\int_{0}^{1} x\cdot\sqrt{x+1}\, dx$	3. $\int_{0}^{1} \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx$
4. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} 3x\cdot\sin(3x)\, dx$	5. $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} x^2\cdot\sin(3x)\, dx$	6. $\int_{0}^{1} x\cdot e^{2x}\, dx$

❺ **Problèmes**

1. Une ville est alimentée en eau par l'intermédiaire d'un lac de rétention en amont d'un barrage. Soit $f(t)$ le débit à l'entrée du lac et $g(t)$ le débit à la sortie (exprimés en méga litres par jour).

a) f et g peuvent-elles être des fonctions négatives ? nulles ?

b) Trouvez une formule qui représente la quantité totale d'eau entrée dans le lac entre les temps t_0 et t_1.

c) Même question pour la quantité totale qui sort du lac.

d) Même question pour exprimer la variation totale de la quantité d'eau contenue dans le lac durant la même période.

e) Si $f(t)=20-\frac{1}{2}t$ et $g(t)=10+2\sin(2\pi t)$, calculez la variation totale de la quantité d'eau contenue dans le lac durant les 30 premiers jours.

2. La consommation en carburant d'un bateau à moteur s'élève à $C(t)=t\sqrt{25-t^2}$ litres par heure. Si le moteur est mis en marche en $t=0$, combien de carburant exactement aura-t-il consommé après 2 heures ?

3. Une fabrique de maillots de bain australienne réalise la plupart de ses ventes en été, mais répartit sa fabrication sur l'ensemble de l'année si bien que les coûts de production sont constants tout au long de l'année. De ce fait, la compagnie peut être confrontée à des difficultés de trésorerie.
Les coûts estimés de fabrication s'élèvent à 9000 F par semaine et le revenu estimé peut se calculer par la formule $10\,000\left(1{,}1-\cos\left(\frac{\pi t}{26}\right)\right)$ F par semaine où t est le nombre de semaines écoulées depuis le début de l'année.

a) Quel est le montant du bénéfice que cette société peut espérer réaliser pour l'année à venir ?

b) A quel mois la trésorerie est-elle maximale ?

4. Dans l'estuaire d'une rivière, les officiers des douanes ont arraisonné un bateau suspecté de trafic de drogue. Mais la fouille a été vaine. Un informateur a néanmoins déclaré plus tard qu'un paquet flottant avait été jeté par-dessus bord juste avant l'arrivée des douaniers. Outre le courant de la rivière, cet estuaire est soumis à un courant dû à la marée. Ces deux courants se combinent pour produire un courant dont la vitesse (en nœuds) est estimée à $2-3\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$, où t est le temps en heures depuis le moment où le bateau a été intercepté.

(Un nœud = 1 mille marin par heure)

a) Trouvez une formule indiquant de combien le paquet a dérivé après T heures.

b) Si les douaniers reviennent après 4 heures, à quel endroit leur conseilleriez-vous de commencer leurs recherches ?