

Déterminez une fonction  $F$  qui soit une primitive de la fonction  $f$ ,  
c'est-à-dire **par définition** une fonction  $F$  telle que  $F' = f$ .

Trois propriétés très souvent utilisées sont : (c.f. cours page 23)

$$I) \int \lambda \cdot g(f(x)) \cdot f'(x) dx = \lambda \cdot G(f(x)) + C \quad \text{où } G \text{ est une primitive de } g.$$

$$II) \int \lambda \cdot f^n(x) \cdot f'(x) dx = \lambda \cdot \frac{f^{n+1}(x)}{n+1} + C \quad \text{où } n \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$III) \int \lambda \cdot (f(x))^{-1} \cdot f'(x) dx = \lambda \cdot \ln|f(x)| + C$$

$$\text{De plus on sait que : } \int \lambda \cdot x^n dx = \lambda \cdot \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad \text{si } n \neq -1 \quad \text{et} \quad \int \lambda \cdot x^{-1} dx = \lambda \cdot \ln(|x|) + C \quad C \in \mathbb{R}$$

1) $f(x) = \frac{5}{3}x^4 - \frac{3}{4}x^2 + 1$	$F(x) = \frac{1}{3}x^5 - \frac{1}{4}x^3 + x + C$
2) $f(x) = (x+1)^2$	$F(x) = \frac{1}{3}(x+1)^3 + C$
Autre méthodes $f(x) = x^2 + 2x + 1$	$F(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 + x + C$
3) $f(x) = \frac{(-1)}{\lambda} \cdot \frac{(2-x)^{12}}{f^n} \cdot \frac{(2-x)'}{f'}$	$F(x) = -\frac{1}{13} \cdot (2-x)^{13} + C$
4) $f(x) = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{(1-2x)^2}{f^n} \cdot \frac{(1-2x)'}{f'}$	$F(x) = -\frac{1}{6} \cdot (1-2x)^3 + C$
5) $f(x) = \frac{(x^2-3x+1)^5}{f^n} \cdot \frac{(2x-3)'}{f'}$	$F(x) = \frac{1}{6} \cdot (x^2-3x+1)^6 + C$
6) $f(x) = \frac{(x-1)^{-2}}{f^n} \cdot \frac{(x-1)'}{f'}$	$F(x) = \frac{1}{1-x} + C$
7) $f(x) = \frac{(3x^2+1)^2}{f^n} \cdot \frac{(3x^2+1)'}{f'}$	$F(x) = \frac{1}{3} \cdot (3x^2+1)^3 + C$
8) $f(x) = \frac{-3 \cdot (1-x^2)^3}{\lambda \cdot f^n} \cdot \frac{(1-x^2)'}{f'}$	$F(x) = -\frac{3}{4} \cdot (1-x^2)^4 + C$
9) $f(x) = -4 \cdot x^{-4} - x^{-3} + 3 \cdot x^{-5}$	$F(x) = -4 \cdot \frac{x^{-3}}{-3} - \frac{x^{-2}}{-2} + 3 \cdot \frac{x^{-4}}{-4} + C = \frac{4}{3x^3} + \frac{1}{2x^2} - \frac{3}{4x^4} + C$
10) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2x^3)^{-2}}{f^n} \cdot \frac{(1+2x^3)'}{f'}$	$F(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(1+2x^3)^{-1}}{-1} + C = \frac{-1}{2 \cdot (1+2x^3)} + C$
11) $f(x) = \frac{2}{\lambda} \cdot \frac{(4x^2-5x)^2}{f^n} \cdot \frac{(4x^2-5x)'}{f'}$	$F(x) = \frac{2}{3} \cdot (4x^2-5x)^3 + C$

12) $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$	$F(x) = \frac{x^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + C = \frac{2}{5} \cdot \sqrt{x^5} + C$
13) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x^2 + 1)^{\frac{3}{2}} \cdot (x^2 + 1)'$	$F(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + C = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{(x^2 + 1)^3} + C$
14) $f(x) = x^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{1}{2}}$	$F(x) = \frac{x^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{x^3} - 2 \cdot \sqrt{x} + C$
15) $f(x) = \frac{1}{3} \cdot \sin(3x) \cdot (3x)'$	$F(x) = -\frac{1}{3} \cdot \cos(3x) + C$
16) $f(x) = 2 \cdot \sin(x) + 3 \cdot \cos(x)$	$F(x) = 3 \cdot \sin(x) - 2 \cdot \cos(x) + C$
17) $f(x) = \cos(x) - \sin^2(x) \cdot \cos(x)$	$F(x) = \sin(x) - \frac{1}{3} \cdot \sin^3(x) + C$
18) $f(x) = \tan^2(x)$	$F(x) = \tan(x) - x + C$ c.f. CRM ou cours p 22
19) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos(4x) \cdot (4x)'$	$F(x) = \frac{1}{8} \cdot \sin(4x) + C$
20) $f(x) = \sin^5(x) \cdot \cos(x)$	$F(x) = \frac{1}{6} \cdot \sin^6(x) + C$
21) $f(x) = (-2) \cdot \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \cdot (\cos(x/2))'$	$F(x) = -\frac{2}{3} \cdot \cos^3\left(\frac{x}{2}\right) + C$
22) $f(x) = (-1) \cdot (1 + \cos(x))^{-2} \cdot (1 + \cos(x))'$	$F(x) = (-1) \cdot \frac{(1 + \cos(x))^{-1}}{-1} + C = \frac{1}{1 + \cos(x)} + C$
23) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot (2x - 5)^{-1} \cdot (2x - 5)'$	$F(x) = \frac{1}{2} \cdot \ln( 2x - 5 ) + C$
24) $f(x) = (\cos(x))^{-1} \cdot (\cos(x))'$	$F(x) = \ln( \cos(x) ) + C$
25) $f(x) = \frac{3}{2} \cdot (x^2 + 1)^{-1} \cdot (x^2 + 1)'$	$F(x) = \frac{3 \cdot \ln(x^2 + 1)}{2} + C$
26) $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \exp(x^2) \cdot (x^2)'$	$F(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2} + C$