❶ Considérons deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ de $\mathbb{R}^3$ tels que: $\|\vec{a}\| = 2$ et $\|\vec{b}\| = 3$

Calculez $\vec{a} \bullet \vec{b}$ si l'angle α entre ces vecteurs est de :

1.1 $\alpha = 60°$.

1.2 $\alpha = 120°$.

---

❷ 2.1 Dessinez deux vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ de $\mathbb{R}^3$, ni l'un ni l'autre n'étant égal au vecteur nul, tels que : $\vec{a} \bullet \vec{b} = 0$.

2.2 Idem tels que $\vec{a} \bullet \vec{b} = 2$.

---

❸ Considérons les vecteurs de $\mathbb{R}^3$ suivants : $\vec{a} = \langle -3; 0; 4 \rangle$ et $\vec{b} = \langle 7; 0; -1 \rangle$

3.1 Calculez $\vec{a} \bullet \vec{b}$.

3.2 Quel angle forment les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$?

3.3 Trouvez un vecteur $\vec{c}$ qui soit orthogonal à $\vec{a}$ et un vecteur $\vec{d}$ qui soit orthogonal à $\vec{b}$.

3.4 Est-il possible de trouver un vecteur $\vec{v}$ qui soit à la fois orthogonal à $\vec{a}$ et à $\vec{b}$? (justifier par des calculs)

---

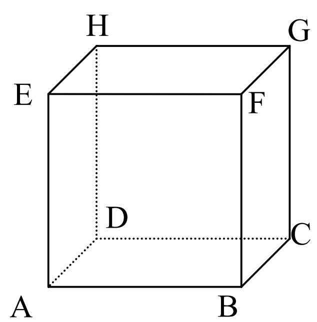
❹ Calculez les trois angles du triangle ABC où les sommets sont $A = \langle 2\,;2\,;1 \rangle$, $B = \langle 1\,;6\,;9 \rangle$ et $C = \langle -1\,;0\,;0 \rangle$
Faites un croquis !

---

❺ Avec $\vec{a} = \langle a_1; a_2; a_3 \rangle$, calculez $\vec{a} \bullet \vec{a}$.
Quelle relation y a-t-il entre la norme d'un vecteur et le produit scalaire de ce vecteur avec lui-même ?

---

❻ Soit ABCDEFGH un cube.
On choisit comme repère orthonormé $\left(A\,; \overrightarrow{AB}\,; \overrightarrow{AD}\,; \overrightarrow{AE}\right)$.
Donc A est choisi comme origine.



6.1 Dans ce repère, notez sur la figure les coordonnées de chaque point.

6.2 Déterminez les composantes des vecteurs $\overrightarrow{AG}\,; \overrightarrow{EB}\,; \overrightarrow{ED}$.

6.3 Montrez que le vecteur $\overrightarrow{AG}$ est orthogonale aux vecteurs $\overrightarrow{EB}$ et $\overrightarrow{ED}$.

6.4 Le vecteur $\overrightarrow{AG}$ est-il perpendiculaire à la surface du triangle *BED* ?

❼ On donne les points $A = \langle 3\,;4\,;12\rangle$ et $B = \langle -3\,;-4\,;-12\rangle$.

Soit un point $C = \langle x\,;y\,;z\rangle$ tel que le triangle ABC soit un triangle rectangle en C *(dans le plan, on chercherait un « cercle de Thalès »).*

7.1 Déterminez la condition que doivent satisfaire les coordonnées du point C. Vous déterminerez donc une équation que doivent satisfaire les nombres x , y et z.

7.2 Reconnaissez-vous la figure engendrée par l'ensemble des points C ?

---

❽ On donne les points $A = \langle 4\,;6\,;17\rangle$ et $B = \langle -2\,;-2\,;-7\rangle$.

Soit un point $C = (x;y;z)$ tel que le triangle ABC soit un triangle rectangle en C *(dans le plan, on chercherait un « cercle de Thalès »).*

8.1 Déterminez la condition que doivent satisfaire les coordonnées du point C. Vous déterminerez donc une équation que doivent satisfaire les nombres x , y et z.

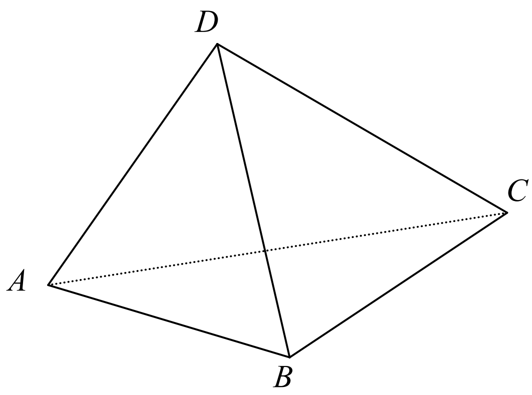
8.2 Transformez cette équation pour l'écrire sous la forme : $(x-c_1)^2+(y-c_2)^2+(z-c_3)^2=r^2$.

Pour cela, utilisez la 2ème identité remarquable : $x^2-2x=(x-1)^2-1$ et deux autres similaires.

8.3 Reconnaissez-vous la figure engendrée par l'ensemble des points C ?

---

❾ Soit $ABCD$ un tétraèdre régulier de côtés de longueurs 6.
Donc les quatre faces sont des triangles équilatéraux.



Soit I le milieux de l'arête $[BC]$.

On choisi un référentiel, de telle sorte que :
$A = \langle 0\,;0\,;0\rangle$ et $B = \langle 6\,;0\,;0\rangle$

9.1 Cette question, très simple, vous aide pour les points suivants.
Quel est l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$?
Et entre les autres vecteurs ?

9.2 Justifiez pourquoi $C = \langle 3\,;c_y\,;0\rangle$ et déterminez la valeur de c_y.

9.3 Les deux questions suivantes, très simples, sont utiles pour la question 9.4.

i) Que vaut $\left\|\overrightarrow{AD}\right\|^2$?

ii) Que vaut $\overrightarrow{AB}\bullet\overrightarrow{AD}$?

iii) Que vaut $\overrightarrow{AC}\bullet\overrightarrow{AD}$?

9.4 Déterminez les coordonnées du point D.

9.5 Déterminez les coordonnées du point I.

9.6 Déterminez l'angle entre les vecteurs $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{AD}$.