❶ A quel graphique correspond quelle fonction ?

Graphique 1 : La courbe tend vers l'infini quand x tend vers 0 et elle tend vers zéro quand x tend vers l'infini. C'est typique de la fonction $f_4(x)=1/x$.

Graphique 2 : On reconnaît la fonction identité : $f_1(x)=x$.

Graphique 3 : Pour des valeurs de x proches de 0 la courbe se comporte comme la première courbe. Pour des valeurs de x grandes, elle se comporte comme la deuxième courbe. Avec les deux premiers graphiques à disposition, on remarque que cette courbe est la somme des précédentes : $f_7(x)=x+1/x$.

Graphique 4 : Ces oscillations entre -1 et 1, passant par l'origine sont typique de $f_3(x)=\sin(x)$.

Graphique 5 : Ces oscillations entre -1 et 1, passant par (0 ; 1) sont typique de $f_2(x)=\cos(x)$.

Graphique 6 : Additionnez les courbes 2 et 4 pour obtenir cette courbe : $f_5(x)=x+\sin(x)$

Graphique 7 : Une courbe qui part de l'origine et monte de plus en plus lentement est typique de la fonction racine carrée. $f_{13}(x)=\sqrt{x}$.

Graphique 8 : Une courbe qui part de $(0 ; -\infty)$, passe par (1 ; 0) et monte de plus en plus lentement est typique des logarithmes. Le seul choix proposé est : $f_{14}(x)=\ln(x)$.

Graphique 9 : Cette courbe ressemble à une parabole, mais est trop plate autour de l'origine. C'est une parabole aplatie, typique de $f_{11}(x)=x^4$.

Graphique 10 : Une courbe partant de $(-\infty ; 0)$, passant par (0 ; 1) et montant de plus en plus vite est typique d'une exponentielle. Le seul choix proposé est : $f_{15}(x)=e^x$

Graphique 11 : Cette courbe est semblable à la précédente, avec une symétrie d'axe $x = 0$. Cela échange les valeurs positives et négatives de x, donc remplace x par $-x$: $f_{16}(x)=e^{-x}$.

Graphique 12 : Cette courbe est semblable à la courbe 10 pour les valeurs de x négatives et semblable à la courbe 11 pour les valeurs de x positives. En fait c'est la somme de ces deux courbes. $f_{18}(x)=e^x+e^{-x}$. Au premier coup d'œil elle ressemble à une parabole décalée vers le haut. Mais constatez qu'elle croit beaucoup plus rapidement !

---

❷ a) $f(x) = x^3 - 16x$, sur l'intervalle $[-4\ ;\ 4]$

Cette fonction est polynomiale, donc dérivable sur $\mathbb{R}$, donc les deux premières hypothèses sont satisfaites. $f(-4) = (-4)^3 - 16\cdot(-4) = -64 + 64 = 0$; $f(4) = 4^3 - 16\cdot 4 = 64 - 64 = 0$.
Donc la troisième hypothèse du théorème de Rolle est aussi satisfaite.
Cherchons un "c". $f'(x) = 3x^2 - 16$.

$f'(c) = 0 \iff 3c^2 - 16 = 0 \iff c^2 = 16/3 \iff c = \pm\sqrt{16/3} = \pm 4\cdot\sqrt{3}/3 \approx \pm 2{,}309$

Il y a deux "c" qui satisfont la conclusion.

b) $g(x) = \sqrt{9 - x^2}$, sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$

Cette fonction est continue sur l'intervalle $[-3\ ;\ 3]$, donc la première hypothèse est satisfaite.

$$g'(x) = \frac{-2x}{2\cdot\sqrt{9-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$$

g est dérivable sur $]-3\ ;\ 3[$, mais pas en -3, ni en 3.
Cela suffit pour satisfaire la deuxième hypothèse du théorème de Rolle.
$g(-3) = g(3) = \sqrt{9 - 3^2} = 0$. Donc la troisième hypothèse du théorème de Rolle est aussi satisfaite.
Cherchons un "c". .

$$g'(c) = 0 \iff \frac{-c}{\sqrt{9-c^2}} = 0 \iff c = 0$$

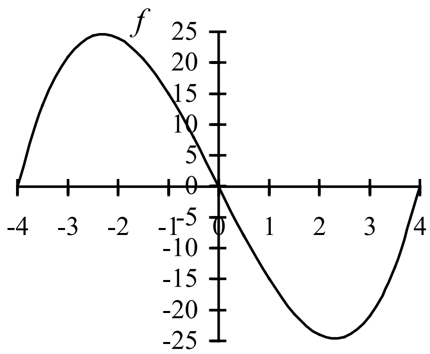
Il y a un "c" qui satisfait la conclusion. C'est $c = 0$.

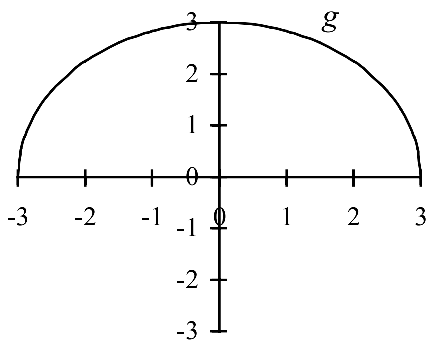
c) $h(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2}$, sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$

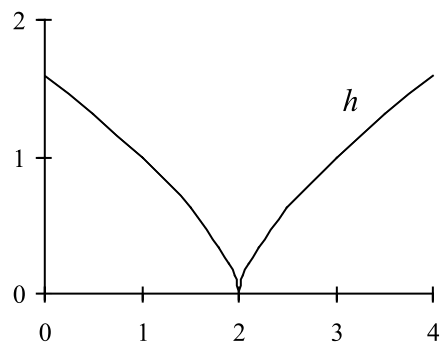
Cette fonction est continue sur l'intervalle $[0\ ;\ 4]$, donc la première hypothèse est satisfaite.
$h(0) = h(4) = \sqrt[3]{4}$. Donc la troisième hypothèse du théorème de Rolle est aussi satisfaite.

$$h'(x) = \left[(x-2)^{\frac{2}{3}}\right]' = \frac{2}{3}\cdot(x-2)^{-\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{\sqrt[3]{(x-2)^2}}$$

h est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
h n'est pas dérivable en 2, car en 2, la dérivée fait apparaître une division par 0.
h ne satisfait pas la deuxième hypothèse du théorème de Rolle.
Il n'existe pas de "c" qui annule la dérivée. Malgré cela, h possède un minimum en $x = 0$.







❸ a) $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=e^x-(x+1)$

La croissance est liée au signe de la dérivée. $f'(x)=e^x-1$

x		0	
$f'(x)$	–	0	+
$f(x)$	↘	0	↗

La fonction f est décroissante sur les nombres négatifs, atteint un minimum en $x=0$, puis est croissante. Donc $f(x)=e^x-(x+1)\geq f(0)=e^0-1=0$

En conséquence, $e^x\geq x+1,\quad \forall x\in\mathbb{R}$.

b) $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=x-\sin(x)$ x en radians !

La croissance est liée au signe de la dérivée. $g'(x)=1-\cos(x)$

$\cos(x)$ étant un nombre entre -1 et 1, $g'(x)$ n'est jamais négatif.

Donc g est une fonction partout croissante !

Puisque $g(0)=0$ et g est croissante, on a $g(x)<0$ pour $x<0$ et $g(x)>0$ pour $x>0$.

En conséquence, $x<\sin(x)$ pour $x<0$ et $x>\sin(x)$ pour $x>0$.

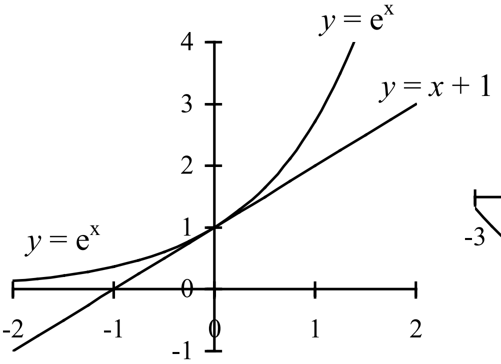
c) $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $h(x)=\cos(x)-\left(1-\frac{1}{2}\cdot x^2\right)$

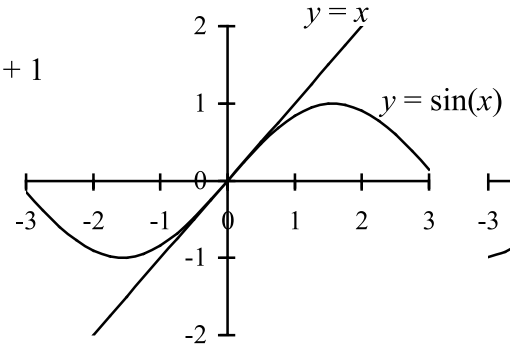
La croissance est liée au signe de la dérivée. $h'(x)=-\sin(x)+x=g(x)$ on utilise le résultat de b).

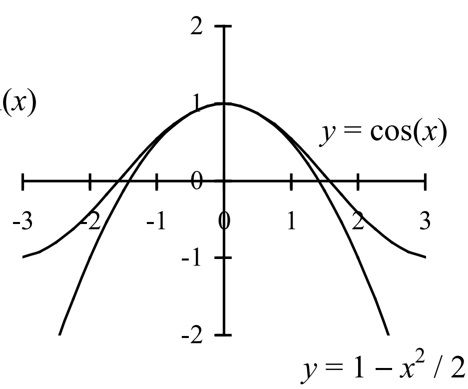
$h'(x)<0$ pour $x<0$ et $h'(x)>0$ pour $x>0$.

Donc h est décroissante sur les nombres négatifs et croissante sur les nombres positifs, avec un minimum en $x=0$.

Puisque $h(0)=0$ est un minimum, on a $\cos(x)\geq 1-\frac{1}{2}\cdot x^2,\quad \forall x\in\mathbb{R}$.







❹a) $f_1(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$

1) **Cherchez le domaine de définition de la fonction**.

Dom(f_1) = ℝ.

2) **Cherchez les intersections du graphe de f avec l'axe vertical (ordonnée à l'origine) et avec l'axe horizontal (zéros de f)**.

$f_1(0) = 1$

$f_1(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 5x^2 + 3x + 1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (x-1)\cdot(x^2 - 4x - 1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad x - 1 = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 - 4x - 1 = 0$

f_1 possède trois zéros qui sont : $x = 1$ et $x = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2 - 4\cdot 1\cdot(-1)}}{2\cdot 1} = \dfrac{4 \pm \sqrt{20}}{2} = \dfrac{4 \pm 2\cdot\sqrt{5}}{2} = 2 \pm \sqrt{5}$

Zéros(f_1) = $\left\{2 - \sqrt{5}\ ;\ 1\ ;\ 2 + \sqrt{5}\right\} \approx \{-0,236\ ;\ 1\ ;\ 4,236\}$

3) **Cherchez les asymptotes verticales**.

Il n'y en a pas, car Dom(f_1) = ℝ.

4) **Cherchez les asymptotes obliques (ou horizontales) et les limites :** $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$.

Il n'y en a pas, car $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \left|\dfrac{f_1(x)}{x}\right| = \infty \ ;\ \lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \infty \ ;\ \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

5) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée**.

$f_1'(x) = 3x^2 - 10x + 3 = (3x - 1)\cdot(x - 3)$

Dom(f_1') = Dom(f_1) = ℝ. La fonction est dérivable partout.

$f_1'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0$ ou $x - 3 = 0$.

La dérivée s'annule en $x = 1/3 \approx 0,333$ et en $x = 3$.

f_1 possède donc un extremum en (1/3 ; 40/27) ≈ (1/3 ; 1,48) et un autre en (3 ; −8).

6) **Cherchez les zéros de la dérivée seconde**.

$f_1''(x) = 6x - 10$

La dérivée seconde s'annule en $x = 10/6 \approx 1,666$ et change de signe.

Donc la fonction f_1 possède un point d'inflexion en $x = 10/6 \approx 1,666$.

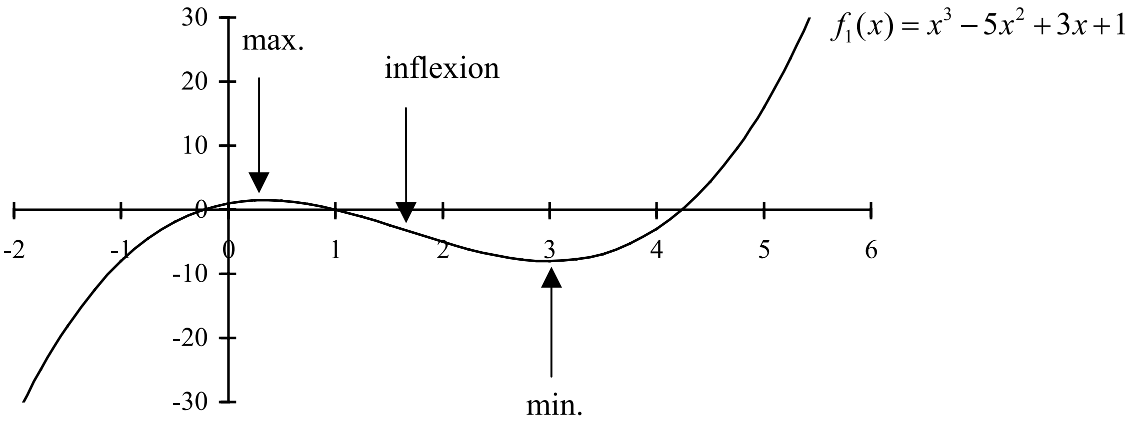
Suite à la page suivante...

❹a) suite $f_1(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 1$

7) **Faites un tableau avec tous les points critiques trouvés.**
Ce sont : les points limites des domaines de définition de f, f ' et f ''
les points où f, f ' et f '' s'annulent.
Calculez la valeur de la fonction en tous les points critiques.

x		$2-\sqrt{5}$		1/3		1		10/6		3		$2+\sqrt{5}$	
$f_1''(x)$	−	−	−	−	−	−	−	0	+	+	+	+	+
$f_1'(x)$	+	+	+	0	−	−	−	−	−	0	+	+	+
$f_1(x)$	− ↗	0 ↗	+ ↗	+ ≈1,48	+ ↘	0 ↘	− ↘	− ↘	− ↘	− −8	− ↗	0 ↗	+ ↗

8) **A partir du tableau, déterminez les particularités des points critiques.**
Ils peuvent être des zéros de la fonction, des minimums, des maximums, des points d'inflexions, des points d'asymptotes verticales, puis faites un graphique.
Les points critiques indiquent quelles échelles sont raisonnables.



---

❹b) $f_2(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1} = \dfrac{x^2+1}{(x+1)\cdot(x-1)}$

1) **Cherchez le domaine de définition de la fonction**.
Dom(f_2) = ℝ \ {−1 ; 1}, car en $x = -1$ et en $x = 1$ il y a division par zéro.

2) **Cherchez les intersections du graphe de f avec l'axe vertical (ordonnée à l'origine) et avec l'axe horizontal (zéros de f).**
$f_2(0) = -1$ et $f_2(x) \geq 1$ pour tout x réel, donc Zéros(f_2) = ∅.

3) **Cherchez les asymptotes verticales**.
Il y en a deux qui sont : $x = -1$ et $x = 1$, car $\lim\limits_{x\to\pm 1} |f_2(x)| = \infty$

4) **Cherchez les asymptotes obliques (ou horizontales) et les limites :** $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$.

$$\lim_{x\to\pm\infty} f_2(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2+1}{x^2-1} = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2\cdot(1+1/x^2)}{x^2\cdot(1-1/x^2)} = 1$$

Donc il y a une asymptote horizontale qui est : $y = 1$.

Suite à la page suivante...

❹b) suite $f_2(x) = \dfrac{x^2+1}{x^2-1} = \dfrac{x^2+1}{(x+1)\cdot(x-1)}$

5) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée**.

$$f_2\,'(x) = \frac{2x\cdot(x^2-1)-(x^2+1)\cdot 2x}{\left(x^2-1\right)^2} = \frac{2x^3-2x-2x^3-2x}{\left(x^2-1\right)^2} = -\frac{4x}{\left(x^2-1\right)^2}$$

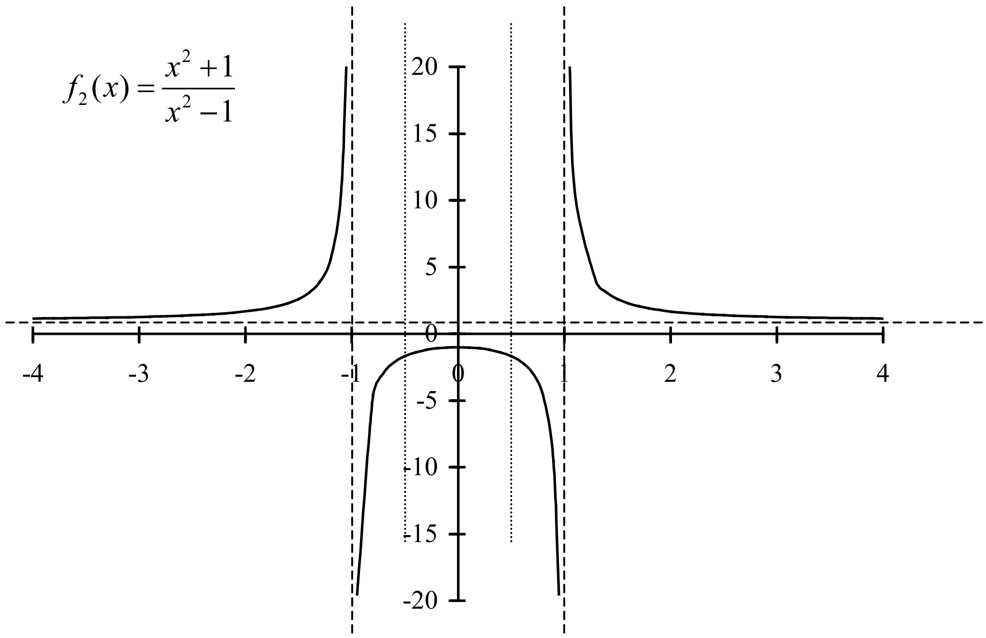
Dom(f_2') = Dom(f_2) = $\mathbb{R} \setminus \{-1\ ;\ 1\}$.

La dérivée s'annule en $x = 0$.

6,7) **Faites un tableau avec tous les points critiques trouvés.**
Ce sont : les points limites des domaines de définition de f, f ' (et f '')
les points où f, f ' (et f '') s'annulent.
Calculez la valeur de la fonction en tous les points critiques.

x		-1		0		1	
$f_2'(x)$	+	/	+	0	–	/	–
$f_2(x)$	+ ↗	/ |	– ↗	-1 —	+ ↘	/ |	– ↘

8) **A partir du tableau, déterminez les particularités des points critiques.**
Ils peuvent être des zéros de la fonction, des minimums, des maximums, des points d'inflexions, des points d'asymptotes verticale, puis faites un graphique en commençant par tracer les asymptotes. Les points critiques indiquent quelles échelles sont raisonnables.



❹ c) $f_3(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}=\dfrac{(2x-1)\cdot(x+1)}{x^2-x+1}=2+\dfrac{3x-3}{x^2-x+1}$

1) **Cherchez le domaine de définition de la fonction**.
Le dénominateur ne s'annule jamais, car $\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=(-1)^2-4\cdot1\cdot1=-3<0$
Dom(f_3) = ℝ.

2) **Cherchez les intersections du graphe de f avec l'axe vertical (ordonnée à l'origine) et avec l'axe horizontal (zéros de f)**.
$f_3(0)=-1$
$f_3(x)=0 \Leftrightarrow (2x-1)\cdot(x+1)=0 \quad \Leftrightarrow \quad S=\{-1\,;0,5\}$
Zéros(f_3) = {–1 ; 0,5 }

3) **Cherchez les asymptotes verticales**. Il n'y en a pas, car Dom(f_3) = ℝ.

4) **Cherchez les asymptotes obliques (ou horizontales) et les limites :** $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$.

Par division polynomiale, on obtient : $f_3(x)=2+\dfrac{3x-3}{x^2-x+1}$
Donc il y a une asymptote horizontale qui est : $y=2$ $\quad \lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=2$

5) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée**.

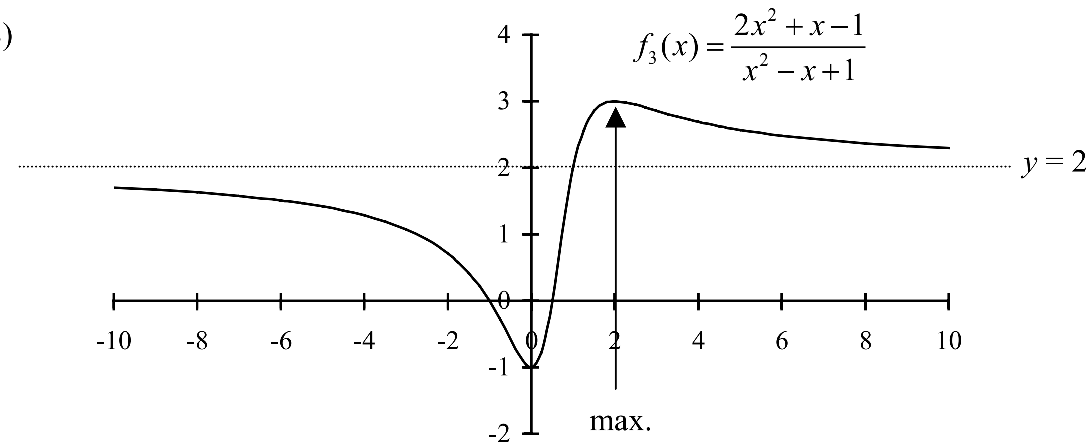
$$f_3\,'(x)=\left[2+\frac{3x-3}{x^2-x+1}\right]'=\frac{3\cdot\left(x^2-x+1\right)-(3x-3)\cdot(2x-1)}{\left(x^2-x+1\right)^2}=\frac{3x^2-3x+3-6x^2+3x+6x-3}{\left(x^2-x+1\right)^2}$$

$$f_3\,'(x)=\frac{-3x^2+6x}{\left(x^2-x+1\right)^2}=3x\cdot\frac{2-x}{\left(x^2-x+1\right)^2}$$

Dom(f_3') = Dom(f_3) = ℝ.
Zéros(f_3') = {0 ; 2}. La fonction possède deux extremums en (0 ; –1) et en (2 ; 3).

6,7) **Faites un tableau avec tous les points critiques trouvés.**
Ce sont : les points limites des domaines de définition de f, f ' (et f '')
les points où f, f ' (et f '') s'annulent.
Calculez la valeur de la fonction en tous les points critiques.

x		–1		0		0,5		2	
$f_3'(x)$	–	–	–	0	+	+	+	0	–
$f_3(x)$	+ ↘	0 ↘	– ↘	–1	– ↗	0 ↗	+ ↗	3	+ ↘

8)


❹d) $f_4(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}=x+\dfrac{1}{x+1}$

1) **Cherchez le domaine de définition de la fonction**.
Dom(f_4) = $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

2) **Cherchez les intersections du graphe de f avec l'axe vertical (ordonnée à l'origine) et avec l'axe horizontal (zéros de f)**.
$f_4(0) = 1$
$f_4(x) = 0 \Leftrightarrow x^2+x+1=0$ impossible, car $\Delta=b^2-4\cdot a\cdot c=(-1)^2-4\cdot1\cdot1=-3<0$
Zéros(f_4) = $\varnothing$

3) **Cherchez les asymptotes verticales**.
Il y en a une qui est : $x=-1$, car $\lim\limits_{x\to-1}\left|f_4(x)\right|=\infty$

4) **Cherchez les asymptotes obliques (ou horizontales) et les limites :** $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$.

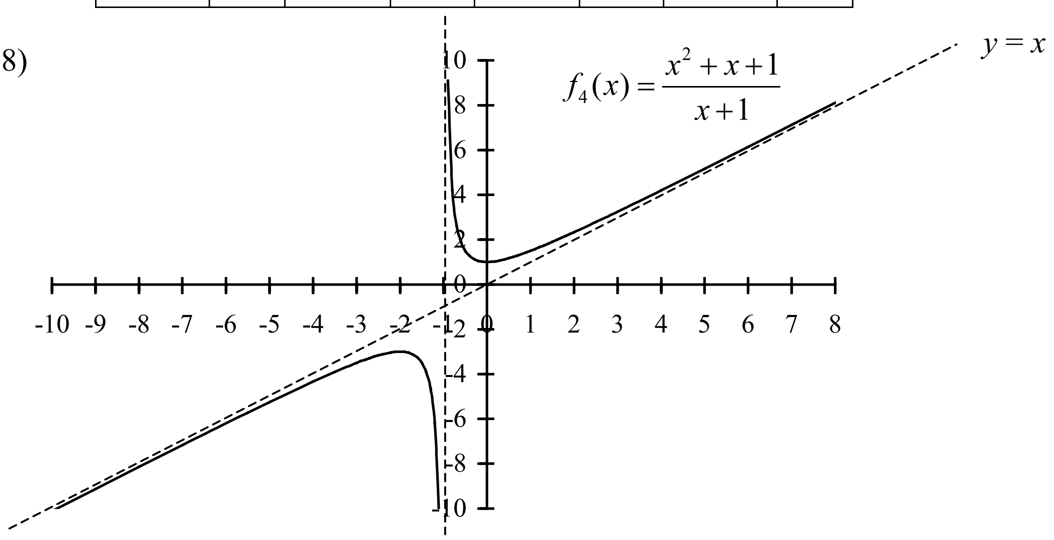
Par division polynomiale, on obtient : $f_4(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}=x+\dfrac{1}{x+1}$
Donc il y a une asymptote oblique qui est : $y=x$.

5) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée**.
$f_4'(x)=\left[x+\dfrac{1}{x+1}\right]'=1-\dfrac{1}{(x+1)^2}$
$f_4'(x)=0 \Leftrightarrow 1=\dfrac{1}{(x+1)^2} \Leftrightarrow (x+1)^2=1 \Leftrightarrow x+1=\pm1 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=-2$
Dom(f_4') = Dom(f_4) = $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
Zéros(f_4') = $\{-2 ; 0\}$. La fonction possède un extremum en $(-2 ; -3)$ et un en $(0 ; 1)$.

6,7) **Faites un tableau avec tous les points critiques trouvés.**
Ce sont : les points limites des domaines de définition de f, f ' (et f '')
les points où f, f ' (et f '') s'annulent.
Calculez la valeur de la fonction en tous les points critiques.

x		-2		-1		0	
$f_4'(x)$	+	0	–	/	–	0	+
$f_4(x)$	+ ↗	-3	– ↘	/	– ↘	1	+ ↗

8)



❹e) $f_5(x)=\dfrac{x^3-9x}{2\cdot\left(x^2-1\right)}=\dfrac{x\cdot(x^2-9)}{2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}=\dfrac{x\cdot(x+3)\cdot(x-3)}{2\cdot(x+1)\cdot(x-1)}$

1) **Cherchez le domaine de définition de la fonction**.

Dom(f_5) = $\mathbb{R}\setminus\{-1\ ;\ 1\}$, car en $x=-1$ et en $x=1$ il y a division par zéro.

2) **Cherchez les intersections du graphe de f avec l'axe vertical (ordonnée à l'origine) et avec l'axe horizontal (zéros de f)**.

$f_5(x)=0 \Leftrightarrow x^3-9x=0 \Leftrightarrow x\cdot(x^2-9)=0 \Leftrightarrow x\cdot(x+3)\cdot(x-3)=0 \Leftrightarrow S=\{-3\,;0\,;3\}$

Zéros(f_5) = $\{-3\ ;\ 0\ ;\ 3\}$ et $f_5(0)=0$

3) **Cherchez les asymptotes verticales**.

Il y en a deux qui sont : $x=-1$ et $x=1$, car $\lim\limits_{x\to\pm1}\left|f_5(x)\right|=\infty$

4) **Cherchez les asymptotes obliques (ou horizontales) et les limites : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)$**.

Par division polynomiale, on obtient : $f_5(x)=\dfrac{x^3-9x}{2\cdot\left(x^2-1\right)}=\dfrac{1}{2}\cdot x-\dfrac{8x}{2\cdot x^2-2}=\dfrac{1}{2}\cdot x-\dfrac{4x}{x^2-1}$

Donc il y a une asymptote oblique qui est : $y=0{,}5\cdot x$ $\quad f_5(x)\to\pm\infty \quad si \quad x\to\pm\infty$

5) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée**.

$$f_5\,'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{(3x^2-9)\cdot(x^2-1)-(x^3-9x)\cdot 2x}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3x^4-3x^2-9x^2+9-2x^4+18x^2}{\left(x^2-1\right)^2}$$

$$f_5\,'(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{x^4+6x^2+9}{\left(x^2-1\right)^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{\left(x^2+3\right)^2}{\left(x^2-1\right)^2}$$

Dom(f_5') = Dom(f_2) = $\mathbb{R}\setminus\{-1\ ;\ 1\}$.

La dérivée ne s'annule nulle part et est toujours positive. Donc la fonction est partout croissante.

6) **Cherchez les zéros de la dérivée seconde**.

$$f_5\,''(x)=\frac{1}{2}\cdot\frac{2\cdot\left(x^2+3\right)\cdot 2x\cdot\left(x^2-1\right)^2-\left(x^2+3\right)^2\cdot 2\cdot\left(x^2-1\right)\cdot 2x}{\left(x^2-1\right)^4}=\frac{\left(x^2+3\right)\left(x^2-1\right)\cdot 2x\cdot\left[\left(x^2-1\right)-\left(x^2+3\right)\right]}{\left(x^2-1\right)^4}$$

$f_5\,''(x)=\dfrac{\left(x^2+3\right)\cdot 2x\cdot[-4]}{\left(x^2-1\right)^3}=-8\cdot x\cdot\dfrac{x^2+3}{\left(x^2-1\right)^3}$. Malgré un gros calcul, le résultat est simple.

La dérivée seconde s'annule en $x=0$.

Donc la fonction f_5 possède un point d'inflexion en $x=0$.

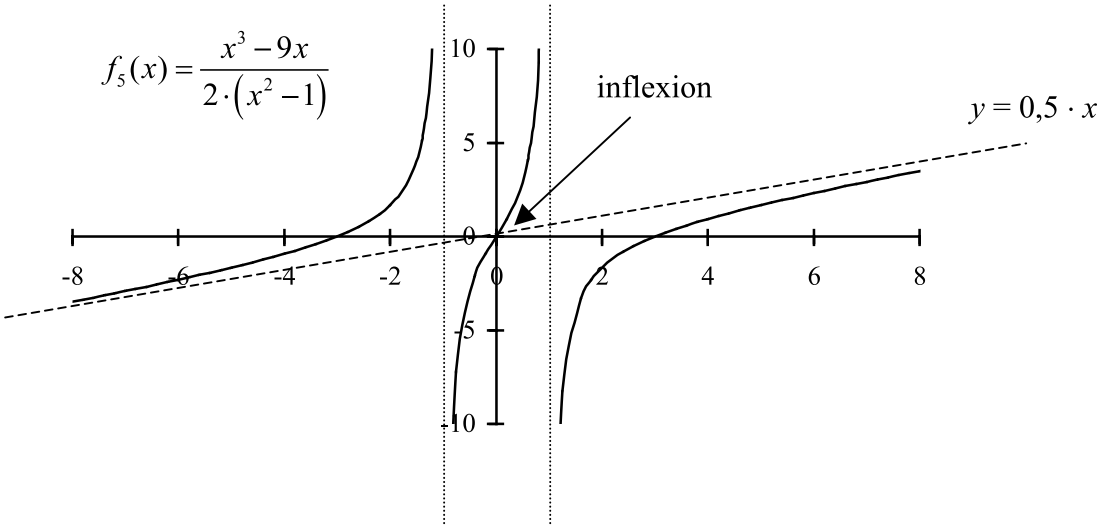
Suite en page suivante...

❹e) suite $f_5(x)=\dfrac{x^3-9x}{2\cdot\left(x^2-1\right)}$

7) **Faites un tableau avec tous les points critiques trouvés.**
Ce sont : les points limites des domaines de définition de f, f ' et f ''
les points où f, f ' et f '' s'annulent.
Calculez la valeur de la fonction en tous les points critiques.

x		-3		-1		0		1		3	
$f_5''(x)$	+	+	+	/	–	0	+	/	–	–	–
$f_5'(x)$	+	+	+	/	+	+	+	/	+	+	+
$f_5(x)$	–	0	+	/	–	0	+	/	–	0	+

8) **A partir du tableau, déterminez les particularités des points critiques. Ils peuvent être des zéros de la fonction, des minimums, des maximums, des points d'inflexions, des points d'asymptotes verticales, puis faites un graphique en commençant par tracer les asymptotes. Les points critiques indiquent quelles échelles sont raisonnables.**



❹ f) $f_6(x) = e^{-x^2}$

1) **Cherchez le domaine de définition de la fonction**. Dom(f_6) = ℝ.

2) **Cherchez les intersections du graphe de f avec l'axe vertical (ordonnée à l'origine) et avec l'axe horizontal (zéros de f)**.
f_6 (0) = 1
f_6 (x) > 0 pour tout $\forall x \in \mathbb{R}$, donc Zéros(f_6) = ∅.

3) **Cherchez les asymptotes verticales**. Il n'y en a pas, car Dom(f_6) = ℝ.

4) **Cherchez les asymptotes obliques (ou horizontales) et les limites :** $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x)$.

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} e^{-x^2} = 0$. Donc il y a une asymptote horizontale qui est : $y = 0$

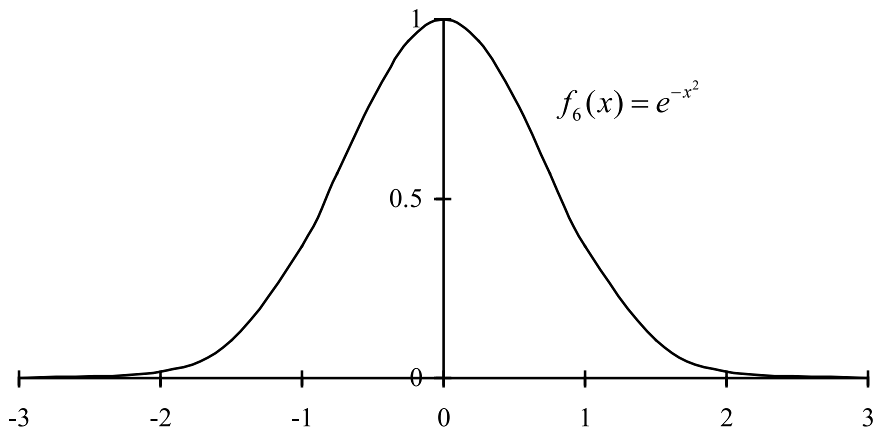
5) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée**.
$f_6\,'(x) = -2x \cdot e^{-x^2}$
Dom(f_6') = Dom(f_5) = ℝ.
Zéros(f_6') = {0}. La fonction possède un extremum en (0 ; 1).

6) **Cherchez le domaine de définition et les zéros de la dérivée seconde**.
$f_6\,''(x) = -2 \cdot e^{-x^2} - 2x \cdot e^{-x^2} \cdot (-2x) = 2 \cdot e^{-x^2} \cdot \left(2x^2 - 1\right)$
Zéros(f_6'') = $\left\{-\sqrt{2}/2\,;\,\sqrt{2}/2\right\}$. La fonction possède deux points d'inflexions.

7) **Faites un tableau avec tous les points critiques trouvés.**
Ce sont : les points limites des domaines de définition de f, f ' et f ''
les points où f, f ' et f '' s'annulent.
Calculez la valeur de la fonction en tous les points critiques.

x		$-\sqrt{2}/2$		0		$\sqrt{2}/2$	
$f_6''(x)$	+	0	–	–	–	0	+
$f_6'(x)$	+	+	+	0	–	–	–
$f_6(x)$	+	0	–	– 1	–	0	+

8)



❹g) $f_7(x) = 2$

C'est une fonction constante, elle est particulièrement simple.

Dom(f_7) = $\mathbb{R}$.

f_7 est une fonction constante égale à 2 sur $\mathbb{R}$.
Elle ne s'annule jamais, sa dérivée est nulle.

---

❹h) $f_8(x) = \ln\left(x^2\right) / \ln\left(\sqrt{x^2}\right)$

Ici, il faut utiliser les propriétés des logarithmes pour s'apercevoir que :
$f_8(x) = 2 \cdot \ln\left(|x|\right) / \ln\left(|x|\right) = 2$, si $x \neq 0$.

Dom(f_8) = $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.
f_8 est une fonction constante égale à 2 sur son domaine de définition !
Elle ne s'annule jamais, sa dérivée est nulle.

Cette fois, l'étude de fonction est rapide !