

❶ Calculez les limites suivantes. Justifiez vos réponses.

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^3 + 1'000)$	2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{x} - x \right)$	3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{5}{x} - x \right)$	4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x}{x^2 - 9}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 11x + 9}{(x-1)^2}$	6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 11x + 9}{x^2 - 1}$	7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{x - 1}$	8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{2x^2 - x - 1}$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{x^4 - 1}$	10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-7x^3 + 1}{1 - 2x^3}$	11. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 1}{2x^2 - x + 3}$	12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^4 + 9x^7}{12x^8 - 1}$
13. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 9}{(5-x) \cdot (x+3)}$	14. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{(5-x) \cdot (x+3)}$	15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{169x^{10} + 13x^6 + 1}}{x^5 + 20}$	16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{169x^{10} + 13x^6 + 1}}{x^5 + 20}$
17. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^2 - a^2}{h}$	18. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - a^2}{x - a}$	19. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(a+h)^3 - a^3}{h}$	20. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^3 - a^3}{x - a}$
21. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}{x - a}$	22. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{a^2}}{x - a}$	23. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\frac{1}{x^3} - \frac{1}{a^3}}{x - a}$	24. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a}$

❷ Problèmes faisant intervenir des limites :

- a. Une tortue mathématicienne se réveille à midi, puis avance de $\frac{1}{2}$ km, puis de $\frac{1}{4}$ km, puis de $\frac{1}{8}$ km, puis de $\frac{1}{16}$ km, puis de $\frac{1}{32}$ km, etc.
Atteindra-t-elle une distance de 0,99 km ?
Atteindra-t-elle une distance de 1,00 km ?
- b. Le lendemain, la tortue mathématicienne se réveille à midi, puis avance de $\frac{2}{3}$ km, puis de $\frac{2}{9}$ km, puis de $\frac{2}{27}$ km, puis de $\frac{2}{3^4}$ km, puis de $\frac{2}{3^5}$ km, etc.
Atteindra-t-elle une distance de 0,99 km ?
Atteindra-t-elle une distance de 1,00 km ?
- c. Sur une île, le nombre de départs quotidien égale 1% du nombre d'habitants. D'autre part il arrive en moyenne 25 nouveaux habitants par jour. Il y a un mois, l'île était inhabitée.
 ◦ La population de l'île est-elle stabilisée ?
 ◦ La population de l'île va-t-elle se stabiliser ? Si oui, vers quelle population, si non, comment va-t-elle évoluer ?

3 Supplément de calculs de limites. Calculez les limites suivantes et justifiez vos réponses.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 10x^2 + 11x - 4}{x - 1}$	2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 10x^2 + 11x - 4}{(x - 1)^2}$	3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 10x^2 + 11x - 4}{(x - 1)^3}$	4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 10x^2 + 11x - 4}{(x - 1)^3}$
5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{x - 1}$	6. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{(x - 1)^2}$	7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{(x - 1)^3}$	8. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - x^2 - x - 1}{(x - 1)^3}$
9. $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(2+h)^2} - \frac{1}{4}}{h}$	10. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x^2} - \frac{1}{4}}{x - 2}$	11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 11x + 9}{x - 1}$	12. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 11x + 9}{(x - 1)^2}$
13. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{49x^6 - 2x^2 + 1}}{5x^3 - x + 3}$	14. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 2x - 15}$	15. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{5x - 8}{x^2 - 2x + 7}$	16. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (9x^3 - 5x)$
17. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^3 - 2x^2 + 1}{2x^2 - x + 3}$	18. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1}{\sqrt{x} - 1}$	19. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - 3x - x^2}{3x - 1}$	20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 1}{(x + 1) \cdot (3x - 1)}$