

## VIII. Trigonométrie dans le triangle rectangle

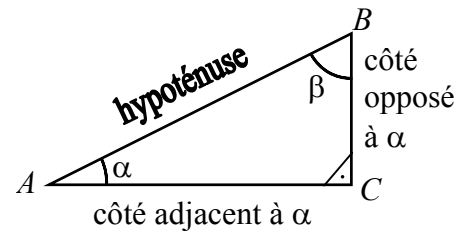
Cadre constant dans ce chapitre :

$ABC$  désignera les sommets d'un triangle rectangle.

L'angle de sommet  $C$  sera l'angle droit.

$\alpha$  désignera la mesure de l'angle de sommet  $A$ .

$\beta$  désignera la mesure de l'angle de sommet  $B$ .



Définition :

Le plus long côté du triangle rectangle s'appelle : l'hypoténuse

Les autres côtés du triangle rectangle s'appellent : les cathètes

Le côté adjacent à  $\alpha$  est le côté  $[AC]$ .

Le côté opposé à  $\alpha$  est le côté  $[BC]$ .

Le côté opposé à  $\beta$  est le côté  $[AC]$ .

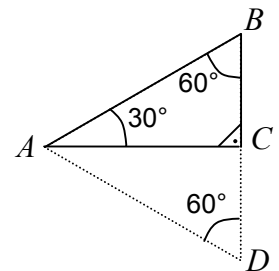
Le côté adjacent à  $\beta$  est le côté  $[BC]$ .

Les trois côtés sont reliés par la formule :  $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Exercice VIII.1 :

a) Si l'angle  $\alpha = 30^\circ$  que valent le rapport de longueurs :  $\frac{BC}{AB}$  ?

$$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}, \text{ car } ABD \text{ est un triangle équilatéral et } BC = \frac{1}{2} \cdot BD.$$

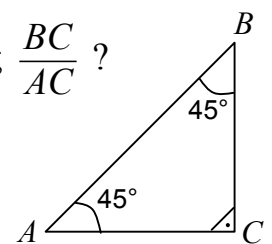


b) Si l'angle  $\alpha = 45^\circ$  que valent les rapports de longueurs :  $\frac{BC}{AB}$  ;  $\frac{AC}{AB}$  ;  $\frac{BC}{AC}$  ?

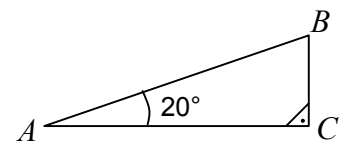
$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{BC}{AC} = 1$$

Cela s'obtient par Pythagore et car  $AC = BC$ .

$$\text{Donc } AC^2 + BC^2 = AB^2 \Rightarrow 2 \cdot AC^2 = AB^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2} \cdot AB$$



c) Si l'angle  $\alpha = 20^\circ$  que vaut le rapport de longueurs :  $\frac{BC}{AB}$  ?

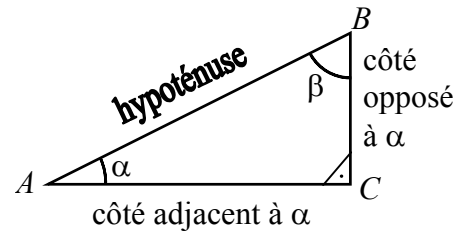


La page suivante indique comment obtenir des résultats approximatifs.

Selon le théorème de Thalès, les rapports

$\frac{BC}{AB}$ ,  $\frac{AC}{AB}$ ,  $\frac{BC}{AC}$  ne dépendent que de l'angle  $\alpha$ .

On peut donc définir :



$\sin(\alpha) = \frac{BC}{AB} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \alpha}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$	On dit : " <b>Sinus</b> de alpha"
$\cos(\alpha) = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \alpha}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$	On dit : " <b>Cosinus</b> de alpha"
$\tan(\alpha) = \frac{BC}{AC} = \frac{\text{longueur du côté opposé à } \alpha}{\text{longueur du côté adjacent à } \alpha}$	On dit : " <b>Tangente</b> de alpha"

Ces trois définitions sont TRES IMPORTANTES, et seront utilisées jusqu'à la fin du collège et dans beaucoup d'autres disciplines scientifiques.

Voici un truc mnémotechnique pour s'en souvenir :

"**sin op ip**" sinus = **op**posé sur **ip**hypoténuse.

"**cos adj ip**" cosinus = **adj**acent sur **ip**hypoténuse.

"**tan op adj**" tangente = **op**posé sur **adj**acent.

Remarque concernant la calculatrice :

Chaque calculatrice possède des touches permettant de calculer des approximations numériques des fonctions Sinus, Cosinus et Tangente.

Attention : Un angle peut être exprimé autrement qu'en degrés.

Quand vous calculerez le sinus, le cosinus ou la tangente d'un angle en degrés sur la calculatrice, vous devrez vous assurer d'avoir sélectionné le mode de calcul d'angles en degrés.

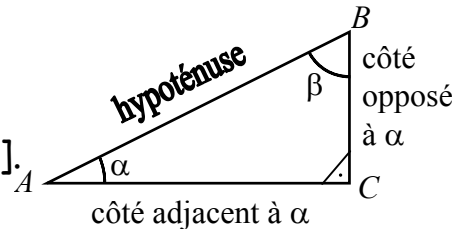
Exercice VIII.2 :

Assurez-vous que votre calculatrice calculera en degrés, puis calculez :

$\sin(0^\circ) \approx 0$	$\cos(0^\circ) \approx 1$	$\tan(0^\circ) \approx 0$
$\sin(20^\circ) \approx 0,342020143$	$\cos(20^\circ) \approx 0,939692621$	$\tan(20^\circ) \approx 0,363970234$
$\sin(30^\circ) \approx 0,5$	$\cos(30^\circ) \approx 0,866025404$	$\tan(30^\circ) \approx 0,577350269$
$\sin(45^\circ) \approx 0,707106781$	$\cos(45^\circ) \approx 0,707106781$	$\tan(45^\circ) \approx 1$
$\sin(60^\circ) \approx 0,866025404$	$\cos(60^\circ) \approx 0,5$	$\tan(60^\circ) \approx 1,732050808$
$\sin(70^\circ) \approx 0,939692621$	$\cos(70^\circ) \approx 0,342020143$	$\tan(70^\circ) \approx 2,747477419$
$\sin(90^\circ) \approx 1$	$\cos(90^\circ) \approx 0$	$\tan(90^\circ) \approx \text{error !}$

Exercice VIII.3 :

- a) Si l'angle  $\alpha = 70^\circ$  et l'hypoténuse mesure 1 [cm], que mesurent les cathètes ? Elles mesurent :  
 $\sin(70^\circ) \approx 0,9397$  [cm] et  $\cos(70^\circ) \approx 0,342$  [cm].



- b) Si l'angle  $\alpha = 80^\circ$  et l'hypoténuse mesure 2 [cm], que mesurent les cathètes ?  
 Elles mesurent  $2 \cdot \sin(80^\circ) \approx 1,9696$  [cm] et  $2 \cdot \cos(80^\circ) \approx 0,3473$  [cm].
- c) Si l'angle  $\alpha = 12^\circ$  et la plus grande cathète mesure 9 [cm], que mesurent les autres côtés ?  
 Puisque  $\alpha < 45^\circ$ , la plus grande cathète est le côté adjacent à  $\alpha$ . Donc l'hypoténuse =  $9 / \cos(12^\circ) \approx 9,20$  [cm] et l'autre cathète =  $9 \cdot \tan(12^\circ) \approx 1,913$  [cm].

Propriétés :

- 1)  $\alpha + \beta = \underline{90^\circ}$  car  $\underline{\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ = \text{la somme des angles d'un triangle}}$
- 2) Par symétrie sur le triangle rectangle on voit que :

$$\sin(\beta) = \boxed{\sin(90^\circ - \alpha) = \cos(\underline{\alpha})} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos(\beta) = \boxed{\cos(90^\circ - \alpha) = \sin(\underline{\alpha})} = \frac{BC}{AB}$$

3)  $\boxed{\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}}$  car  $\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \frac{BC / AB}{AC / AB} = \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC} = \tan(\alpha)$

4)  $\boxed{(\sin(\alpha))^2 + (\cos(\alpha))^2 = \underline{1}}$  On écrit aussi plus simplement :  $\boxed{\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \underline{1}}$

Ceci est une conséquence directe du théorème de Pythagore. Justifiez pourquoi.

$$\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

La première égalité vient des définitions de sinus et cosinus.

La troisième égalité vient du théorème de Pythagore.

**C'est une formule très importante que vous devez connaître absolument !!!**

- 5) Puisque dans un triangle rectangle, le sinus et le cosinus d'un angle sont positifs, on déduit de cette formule que :

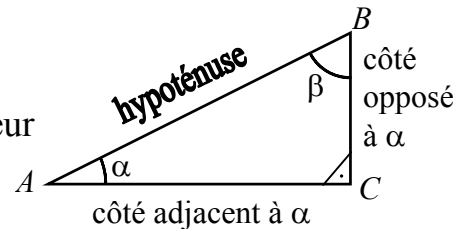
$$\boxed{\sin(\alpha) = \sqrt{1 - \cos^2(\alpha)}} \quad \text{et} \quad \boxed{\cos(\alpha) = \sqrt{1 - \sin^2(\alpha)}}$$

Remarque :

Dans le cas où l'angle  $\alpha$  est très petit, l'angle  $\beta$  est très proche de  $90^\circ$ , la longueur  $BC$  est très petite et la longueur  $AC$  est très proche de la longueur  $AB$ .

On en déduit que :

- i) Le sinus d'un très petit angle est très proche de zéro
- ii) Le cosinus d'un très petit angle est très proche de un
- iii) Le sinus d'un angle proche de  $90^\circ$  est proche de un
- iv) Le cosinus d'un angle proche de  $90^\circ$  est proche de zéro



On étend donc les définitions de sinus, cosinus et tangente aux angles de  $0^\circ$  et de  $90^\circ$  par les valeurs définies dans la table suivante :

Quelques valeurs de sinus, cosinus et tangente dont il faut se souvenir :

1) $\sin(0^\circ) = \cos(90^\circ) = \underline{0} = \frac{\sqrt{0}}{2}$	$\tan(0^\circ) = \underline{0}$
2) $\sin(30^\circ) = \cos(60^\circ) = \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{1}}{2}$	$\tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$
3) $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\tan(45^\circ) = \underline{1}$
4) $\sin(60^\circ) = \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan(60^\circ) = \sqrt{3}$
5) $\sin(90^\circ) = \cos(0^\circ) = \underline{1} = \frac{\sqrt{4}}{2}$	$\tan(90^\circ) = \underline{\text{pas défini}}$

Remarques concernant la calculatrice :

Chaque calculatrice possède des touches permettant de calculer des approximations numériques des fonctions Sinus, Cosinus et Tangente.

Elles permettent aussi d'effectuer le calcul inverse, c.-à-d. de calculer un angle connaissant le rapport de longueurs de deux côtés d'un triangle rectangle.

Attention : Un angle peut être exprimé autrement qu'en degrés.

$$\arcsin\left(\frac{BC}{AB}\right) = \alpha = \text{l'angle opposé au côté } [BC].$$

On dit "**arc sinus** de  $BC$  sur  $AB$ "

$$\arccos\left(\frac{AC}{AB}\right) = \alpha = \text{l'angle adjacent au côté } [AC].$$

On dit "**arc cosinus** de  $AC$  sur  $AB$ "

$$\arctan\left(\frac{BC}{AC}\right) = \alpha$$

On dit "**arc tangente** de  $BC$  sur  $AC$ "

Sur la calculatrice, "arcsin" se note  $\sin^{-1}$   
 "arccos" se note  $\cos^{-1}$   
 "arctan" se note  $\tan^{-1}$

Corrigé des exercices :

### 1) Conception d'un toboggan de piscine

Commençons par la rampe de droite du toboggan qui forme l'hypoténuse d'un triangle rectangle de 5 mètres de hauteur et d'angle  $35^\circ$  avec l'horizontale.

La largeur du triangle égale  $5 / \tan(35^\circ) \approx 7,14$  mètres et

la longueur de la rampe = longueur de l'hypoténuse =  $5 / \sin(35^\circ) \approx 8,72$  mètres.

La rampe de gauche du toboggan forme l'hypoténuse d'un triangle rectangle de 5 mètres de hauteur et d'angle  $25^\circ$  avec l'horizontale.

La largeur du triangle égale  $5 / \tan(25^\circ) \approx 10,72$  mètres et

la longueur de la rampe = longueur de l'hypoténuse =  $5 / \sin(25^\circ) \approx 11,83$  mètres.

La rampe du milieu du toboggan est horizontale de longueur environ égale à,  
 $30 - 7,14 - 10,72$  mètres =  $12,14$  mètres.

La longueur totale du toboggan est d'environ  $11,83 + 12,14 + 8,72$  mètres =  $32,69$  mètres.

### 2) Elévation du soleil

La personne avec son ombre forme les cathètes d'un triangle rectangle.

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{hauteur de la personne}}{\text{longueur de l'ombre}} = \frac{1,5}{1,2} = 1,25 \quad \text{Donc } \alpha = \arctan(1,25) \approx 51,34^\circ$$

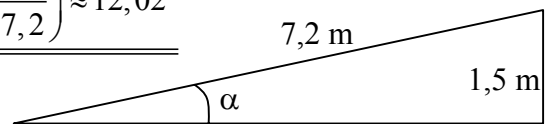
L'angle d'élévation du soleil est d'environ  $51,34^\circ$ .

### 3) Construction d'une rampe

La rampe forme l'hypoténuse d'un triangle rectangle de côté opposé à l'angle cherche de longueur

$$1,5 \text{ mètres. Donc } \sin(\alpha) = \frac{1,5}{7,2} = 0,208\bar{3} \quad \text{Donc } \alpha = \arcsin\left(\frac{1,5}{7,2}\right) \approx 12,02^\circ$$

L'angle que la rampe devrait faire avec l'horizontale est d'environ  $12,02^\circ$ .



### 4) Jeu vidéo

Si la balle met  $t$  secondes pour atteindre le canard, alors le triangle rectangle de sommet "O", "A" et "canard" a une hypoténuse de longueur  $25 \cdot t$  cm et de côté "A"\_"canard" de longueur  $7 \cdot t$  cm.

$$\text{Donc } \sin(\text{l'angle de tir : } \varphi) = \frac{7 \cdot t}{25 \cdot t} = \frac{7}{25} = 0,28$$

L'angle de tir devrait être égal à  $\arcsin(0,28) \approx 16,26^\circ$ .

### 5) L'ouvrage le plus haut

L'angle  $\alpha = 21^\circ 20' 24''$ . On lit : "21 degrés, 20 minutes et 24 secondes"

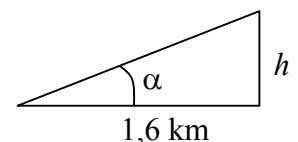
Cela se transforme en degrés de la manière suivante :

$$\alpha = 21 + 20 / 60 + 24 / 3600 = 21,34^\circ$$

Sur la TI-36X II, on peut taper " $21^\circ 20' 24'' =$ "

où  $^\circ$  ' " sont sur la 3<sup>ème</sup> touche de la 2<sup>ème</sup> ligne de boutons.

$$\frac{h}{1,6 \text{ km}} = \tan(21,34^\circ), \quad \text{donc la hauteur de l'ouvrage est de } \tan(21,34^\circ) \cdot 1,6 \text{ km} \approx 0,625 \text{ km} = 625 \text{ m.}$$

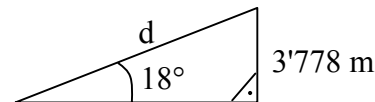


**6) L'étudiant au Japon**

La position de l'étudiant, le sommet et la base du mont Fuji forment un triangle rectangle.

$$\frac{3'778 \text{ m}}{d} = \sin(18^\circ) \quad \text{donc} \quad d = \frac{3'778 \text{ m}}{\sin(18^\circ)} \approx 12'226 \text{ m}$$

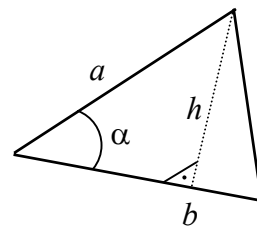
L'étudiant se trouve à 12,226 kilomètres à vol d'oiseau du sommet du mont Fuji.

**7) L'aire d'un triangle**

$$\frac{h}{a} = \sin(\alpha), \quad \text{donc} \quad h = a \cdot \sin(\alpha)$$

$$\text{L'aire du triangle} = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h = \frac{1}{2} \cdot b \cdot a \cdot \sin(\alpha)$$

Voici une nouvelle formule :  $\text{l'aire du triangle} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin(\alpha)$

**8) Côtés et angles manquants**

$$\text{a) } b = c \cdot \sin(\beta) \approx 4,33 \text{ cm} \quad a = c \cdot \cos(\beta) \approx 1,95 \text{ cm}$$

$$\alpha = 90^\circ - \beta = 24,2^\circ$$

$$\text{b) } c = a / \cos(\beta) \approx 116,20 \text{ cm} \quad b = a \cdot \tan(\beta) \approx 29,09 \text{ cm}$$

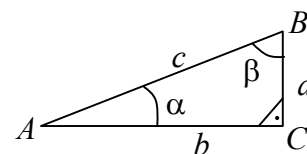
$$\alpha = 90^\circ - \beta = 75,5^\circ$$

$$\text{c) } a = \sqrt{c^2 - b^2} = \sqrt{18,21^2 - 4,95^2} = \sqrt{307,1016} \approx 17,52 \text{ cm} \quad \text{par Pythagore}$$

$$\alpha = \arccos(b / c) \approx 74,23^\circ \quad \beta = \arcsin(b / c) \approx 15,77^\circ \quad (\beta = 90^\circ - \alpha \approx 90^\circ - 74,23^\circ \approx 15,77^\circ)$$

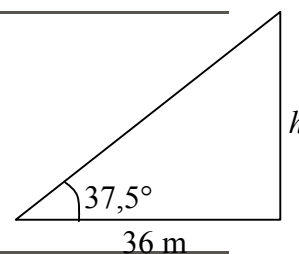
$$\text{d) } c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{22,3^2 + 46,8^2} = \sqrt{2'687,53} \approx 51,84 \text{ cm} \quad \text{par Pythagore}$$

$$\alpha = \arctan(a / b) \approx 25,48^\circ \quad \beta = \arctan(b / a) \approx 64,52^\circ \quad (\beta = 90^\circ - \alpha \approx 90^\circ - 25,48^\circ \approx 64,52^\circ)$$

**9) La tour**

$$\frac{h}{36 \text{ m}} = \tan(37,5^\circ) \quad \text{donc} \quad h = 36 \cdot \tan(37,5^\circ) \approx 27,62 \text{ mètres}$$

La hauteur de la tour est d'environ 27,62 mètres.

**10) Challenge moyen**

$$h = 6 \cdot \sin(40^\circ) \approx 3,86 \text{ cm.}$$

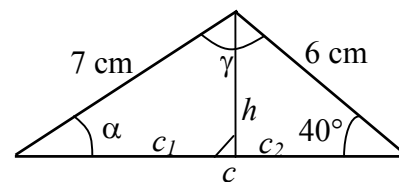
$$\alpha = \arcsin(h / 7) \approx \arcsin(3,86 / 7) \approx 33,47^\circ$$

$$\beta = 180^\circ - 40^\circ - \alpha \approx 180^\circ - 40^\circ - 33,47^\circ \approx 106,53^\circ$$

$$c_1 = \sqrt{7^2 - h^2} \approx \sqrt{7^2 - 3,86^2} \approx \sqrt{34,1} \approx 5,84 \text{ cm}$$

$$c_2 = \sqrt{6^2 - h^2} \approx \sqrt{6^2 - 3,86^2} \approx \sqrt{21,1} \approx 4,59 \text{ cm}$$

$$c = c_1 + c_2 \approx 5,84 + 4,59 \approx 10,43 \text{ cm}$$

**11) Super challenge**  $a = 30 \text{ cm}$ ;  $b = 35 \text{ cm}$ ;  $c = 40 \text{ cm}$ . (Sans explications !)

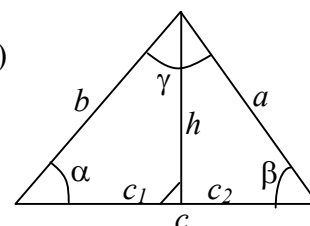
$$c_1 + c_2 = c; \quad h^2 = a^2 - c_2^2; \quad h^2 = b^2 - c_1^2; \quad \Rightarrow \quad a^2 - c_2^2 = b^2 - c_1^2$$

$$b^2 - a^2 = c_1^2 - c_2^2 = (c_1 + c_2) \cdot (c_1 - c_2) = c \cdot (c_1 - c_2)$$

$$c_1 + c_2 = c \quad \text{et} \quad c_1 - c_2 = (b^2 - a^2) / c \quad \text{En additionnant les deux égalités :}$$

$$c_1 = (c^2 + b^2 - a^2) / (2 \cdot c) = 24,0625 \text{ cm.} \quad c_2 = 40 - c_1 = 15,9375 \text{ cm}$$

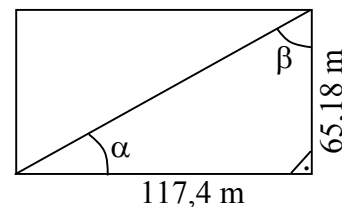
$$\alpha = \arccos(c_1 / b) \approx 46,57^\circ \quad \beta = \arccos(c_2 / a) \approx 57,91^\circ \quad \gamma = 180^\circ - \alpha - \beta \approx 75,52^\circ$$



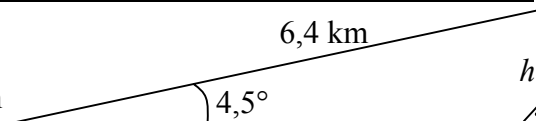
**12) Le rectangle**

$$\tan(\alpha) = 65,18 / 117,4 \Rightarrow \alpha = \arctan\left(\frac{65,18}{117,4}\right) \approx 29,04^\circ$$

$$\beta = 90^\circ - \alpha \approx 60,96^\circ$$

**13) La route**

La dénivellation égale  $h = 6,4 \cdot \sin(4,5^\circ) \approx 0,502 \text{ km} = 502 \text{ m}$

**14) Le calcul d'aire**

a) L'aire hachurée égale l'aire du secteur de disque de rayon  $r$  d'angle  $\alpha$  moins l'aire du triangle d'angle  $\alpha$  et de côtés adjacents à  $\alpha$  égaux chacun à  $r$ .

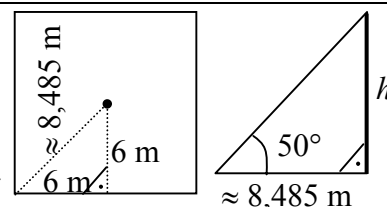
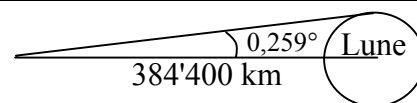
$$\text{L'aire hachurée} = \frac{\alpha}{360^\circ} \cdot \pi \cdot r^2 - \frac{1}{2} \cdot r^2 \cdot \sin(\alpha) = r^2 \cdot \left( \frac{\alpha \cdot \pi}{360^\circ} - \frac{\sin(\alpha)}{2} \right)$$

b) Si  $r = 10 \text{ cm}$  et  $\alpha = 60^\circ$ , l'aire hachurée  $= 10^2 \cdot \left( \frac{60^\circ \cdot \pi}{360^\circ} - \frac{\sin(60^\circ)}{2} \right) = 10^2 \cdot \left( \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4} \right) \approx 9,06 \text{ cm}^2$

**15) Le bassin et le jet d'eau**

Pythagore  $\Rightarrow$  la distance de la base du jet d'eau  $= 6 \cdot \sqrt{2} \approx 8,485 \text{ mètres}$

$$\frac{h}{8,485} \approx \tan(50^\circ). \text{ Donc la hauteur } h \approx 8,485 \cdot \tan(50^\circ) \approx 10,11 \text{ mètres.}$$

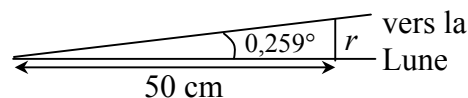
**16) La Lune**

Le diamètre apparent de la Lune  $= 0^\circ 31' 05'' = 31 / 60 + 5 / 3600 \approx 0,518^\circ = 2 \cdot 0,259^\circ$ .

a) Le rayon de la Lune est égal à  $384'400 \cdot \tan(0,518^\circ / 2) \approx 1'738 \text{ km}$

Donc le diamètre réel de la Lune est d'environ 3'476 km. Ceci se vérifie dans la table CRM.

b) Si  $r =$  rayon du disque de diamètre minimal que l'on interposerait à 50 cm de l'œil pour masquer la Lune, alors  $r = 0,5 \cdot \tan(0,518^\circ / 2) \approx 0,00226 \text{ m} = 2,26 \text{ millimètres}$ . Son diamètre serait d'environ de 4,5 millimètres.



**17) Le mât**

Notons  $h$  = la hauteur du mât.  $h = BM$  car le triangle  $BSM$  est isocèle.

$$\text{On a : } \frac{h}{h + \sqrt{200}} = \tan(22,5^\circ) \quad \text{donc } h = (h + \sqrt{200}) \cdot \tan(22,5^\circ) = h \cdot \tan(22,5^\circ) + \sqrt{200} \cdot \tan(22,5^\circ)$$

$$\text{Donc } h \cdot (1 - \tan(22,5^\circ)) = \sqrt{200} \cdot \tan(22,5^\circ) \quad h = \frac{\sqrt{200} \cdot \tan(22,5^\circ)}{1 - \tan(22,5^\circ)} \approx 10,000$$

La hauteur du mât est d'environ 10.

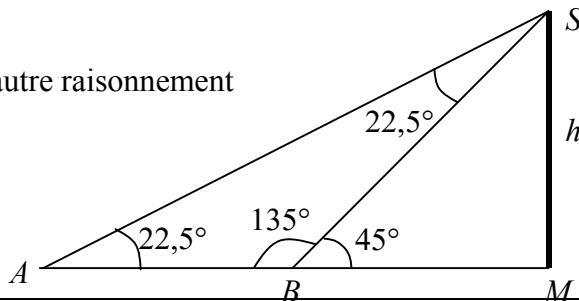
Dans ce cas, la solution se trouve plus facilement par un autre raisonnement

Après avoir indiqués tous les angles, on constate que

$$BS = AB = \sqrt{200}$$

Donc par Pythagore et avec  $BM = h$ :  $2h^2 = 200$ ,

Donc  $h = 10$ . Ici l'égalité est exacte !

**18) Les trois figures**

Première figure :  $\frac{x+1}{y} = \tan(47^\circ)$  et  $\frac{x}{y} = \tan(39^\circ)$  Donc  $x = y \cdot \tan(39^\circ)$

$$y \cdot \tan(39^\circ) + 1 = y \cdot \tan(47^\circ) \quad 1 = y \cdot \tan(47^\circ) - y \cdot \tan(39^\circ) = y \cdot [\tan(47^\circ) - \tan(39^\circ)]$$

$$y = \frac{1}{\tan(47^\circ) - \tan(39^\circ)} \approx 3,808 \quad x = y \cdot \tan(39^\circ) \approx 3,808 \cdot \tan(39^\circ) \approx 3,084$$

Deuxième figure :  $\frac{y}{x+1,2} = \tan(27^\circ)$  et  $\frac{y}{x} = \tan(41^\circ)$  Donc  $y = x \cdot \tan(41^\circ)$

$$x \cdot \tan(41^\circ) = (x + 1,2) \cdot \tan(27^\circ) = x \cdot \tan(27^\circ) + 1,2 \cdot \tan(27^\circ) \quad x \cdot \tan(41^\circ) - x \cdot \tan(27^\circ) = 1,2 \cdot \tan(27^\circ)$$

$$x \cdot [\tan(41^\circ) - \tan(27^\circ)] = 1,2 \cdot \tan(27^\circ)$$

$$x = \frac{1,2 \cdot \tan(27^\circ)}{\tan(41^\circ) - \tan(27^\circ)} \approx 1,6995 \quad y = x \cdot \tan(41^\circ) \approx 1,6995 \cdot \tan(41^\circ) \approx 1,4774$$

Troisième figure : Par Pythagore :  $z = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

$$\beta = \arctan\left(\frac{4}{3}\right) \approx 53,13^\circ \quad \gamma = 90^\circ - \beta \approx 36,87^\circ \quad \delta = 90^\circ - \gamma = \beta \approx 53,13^\circ \quad \alpha = 90^\circ - \beta = \gamma \approx 36,87^\circ$$

On peut utiliser la trigonométrie pour résoudre ce problème, mais ce n'est pas nécessaire.

Le théorème de la hauteur implique que  $4^2 = 3 \cdot x$  donc  $x = 16 / 3 \approx 5,33$

Un théorème d'Euclide  $\Rightarrow y^2 = x \cdot (x + 3)$  donc  $y \approx \sqrt{5,33 \cdot (5,33 + 3)} \approx \sqrt{44,40} \approx 6,66$

On aurait pu utiliser Pythagore :  $y^2 = x^2 + 4^2$  donc  $y \approx \sqrt{5,33^2 + 4^2} \approx \sqrt{44,41} \approx 6,66$