

① On sait que $3'635'584^2 - 1'512'123^2 = 1'093'0955'053'927$

Vous ne devez pas vérifier, je l'ai fait pour vous.

Factorisez le nombre $1'093'0955'053'927$ en un produit de deux nombres entiers supérieurs à 2.

② Trouvez tous les nombres tels que leur cube plus deux fois leur carré moins neuf fois le nombre donne 18. En équation : $x^3 + 2x^2 - 9x = 18$

③ Soit l'expression suivante : $\frac{x^3 - 4x^2 - 16x + 64}{x^2 - 8x + 16}$

Elle ne donne aucun nombre si on remplace x par 4, car le dénominateur s'annule dans ce cas. Pourtant, si on remplace x par des nombres de plus en plus proche de 4, on obtient un nombre de plus en plus proche de 8. Pourquoi ? Pouvez-vous montrer que cette affirmation est correcte ?

④ Un nombre de trois chiffres est tel que la somme de ses chiffres vaut 16. En y ajoutant le nombre renversé, on obtient 1'211, tandis qu'en le retranchant du nombre renversé, on obtient 297. Quel est ce nombre ?

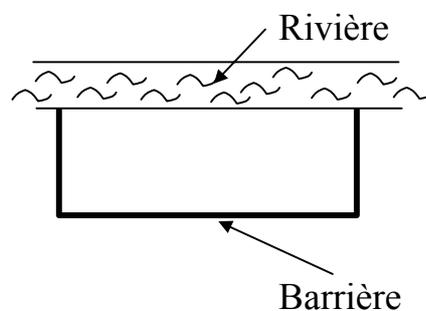
⑤_a Montrez que si le carré d'un nombre entier est un multiple de 3, alors ce nombre est aussi un multiple de 3.

⑤_b Trouvez deux nombres entiers tels que 1 plus la somme de leurs carrés soit un nombre divisible par 4. Si vous n'y arrivez pas, justifiez pourquoi ce n'est pas possible.

⑥ Un terrain se trouve en bordure d'une rivière rectiligne. On désire délimiter une zone rectangulaire le long de la rivière à l'aide d'une barrière ayant une longueur totale de 120 mètres. Le côté de la zone le long de la rivière n'a pas besoin de barrière.

Quelle est l'aire maximale possible de la zone délimitée par la barrière et la rivière ?

Peut-on délimiter une zone non rectangulaire, d'aire supérieure à celui trouvé précédemment ?

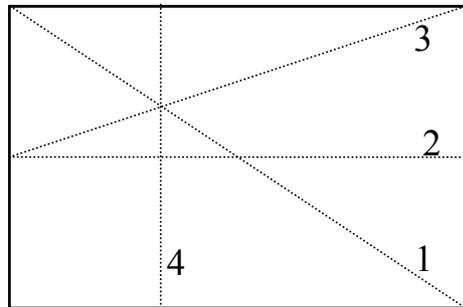


- 7 Un de vos jeunes amis vous défie sur une course de 1'000 mètres. Comme vous êtes plus rapide que lui, vous lui donnez 100 mètres d'avance au départ. Sachant que vous courez à une vitesse moyenne de 7 mètres par seconde et lui à une vitesse moyenne de 6 mètres par seconde, qui gagnera la course ?

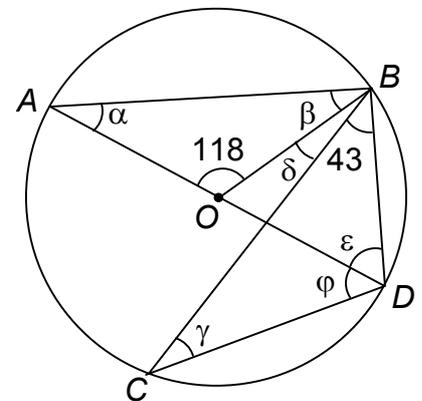
Au lieu de 100 mètres d'avance, combien de mètres d'avance doit-il avoir, pour que vous terminiez la course en même temps ?

- 8 Voici une méthode qui permet de trouver le tiers de la longueur d'une feuille de papier rectangulaire, uniquement par pliage. Plier successivement la feuille suivant la diagonale 1, la médiane 2, puis suivant les plis 3 et 4 comme indiqué sur la figure ci-dessous. Le pli 4 donne alors le tiers de la longueur.

Justifiez cette méthode.



- 9 Calculez la valeur des angles α , β , γ , δ , ε et φ :
 O est le centre du cercle.
 A , B , C et D sont sur le cercle.



- 10 Un touriste se rend sur la jetée des Eaux-vives et décide de mesurer la hauteur du jet d'eau. D'un premier point d'observation, il mesure un premier angle d'élévation du sommet du jet d'eau, de $54,2^\circ$. Il se rapproche de 70 mètres du jet d'eau, puis mesure un second angle d'élévation de 78° . A partir de ces informations, il détermine la hauteur recherchée. Comment fait-il ? Quelle est cette hauteur ?
-