

1) L'aire grise =  $a^2 - \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \pi \cdot \frac{a^2}{4} = \underline{\underline{\left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \cdot a^2}}$

2) L'aire grise = l'aire du demi-disque de rayon  $d/2$  moins deux aires de demi-disque de rayon  $d/4$

$$\text{L'aire grise} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 - \pi \cdot \left(\frac{d}{4}\right)^2 = \frac{\pi \cdot d^2}{8} - \frac{\pi \cdot d^2}{16} = \underline{\underline{\frac{\pi \cdot d^2}{16}}}$$

La longueur du demi-cercle allant de  $A$  à  $C$  égale  $\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot \frac{d}{2} = \underline{\underline{\frac{\pi \cdot d}{2}}}$

La longueur des deux demi-cercles allant de  $A$  à  $B$  puis à  $C$  égale  $2\pi \cdot \frac{d}{4} = \underline{\underline{\frac{\pi \cdot d}{2}}}$

On remarque que ces deux longueurs sont exactement les mêmes.

3) L'aire grise = l'aire d'un quart de disque de rayon  $r$  moins l'aire d'un triangle rectangle isocèle de cathètes de longueur  $r$ .

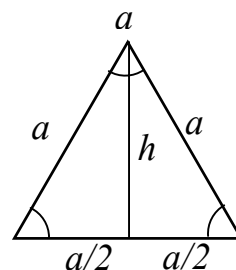
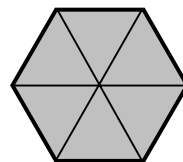
$$\text{L'aire grise} = \frac{1}{4} \pi \cdot r^2 - \frac{1}{2} \cdot r \cdot r = \underline{\underline{\left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot r^2}}$$

4) L'hexagone régulier de côté  $a$  est formé de six triangles équilatéraux de côtés  $a$ .

La hauteur d'un triangle équilatéral se calcule par Pythagore :

$$\text{Hauteur} = h = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = \sqrt{(1 - 1/4) \cdot a^2} = \sqrt{\frac{3}{4} \cdot a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a$$

$$\text{L'aire grise} = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{\underline{\frac{3 \cdot \sqrt{3}}{2} \cdot a^2}}$$



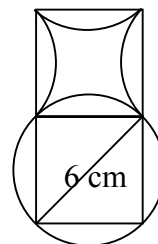
5) En découpant selon les lignes de la figure à droite, on remarque que l'aire grise égale l'aire de deux carrés de diagonale 6 [cm]

Par Pythagore, on calcule la longueur  $a$  d'un côté du carré.

$$a^2 + a^2 = 6^2 = 36 \text{ donc } a = \sqrt{18} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = 3 \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{L'aire d'un carré} = a^2 = 18 \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$\text{L'aire grise} = \text{deux fois l'aire d'un carré} = 36 \text{ [cm}^2\text{]}$$



6) Cet exercice ressemble beaucoup à l'exercice 5) de la série 2.

L'aire grise égale l'aire d'un secteur circulaire de rayon 10 et d'angle  $\alpha = 60^\circ$ , moins l'aire d'un secteur circulaire de rayon 5 et d'angle  $\alpha = 60^\circ$ .

$$\text{L'aire grise} = \frac{60}{360} \cdot (\pi \cdot 10^2 - \pi \cdot 5^2) = \frac{1}{6} \cdot \pi \cdot (100 - 25) = \underline{\underline{\frac{\pi \cdot 75}{6} \approx 39,27 \text{ [cm}^2\text{]}}}}$$

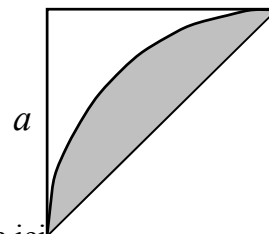
7) L'aire grise de cette figure égale l'aire d'un quart de disque de rayon  $a$  moins l'aire d'un triangle rectangle isocèle de cathètes de longueurs  $a$ .

$$\text{L'aire grise} = \frac{1}{4} \pi \cdot a^2 - \frac{1}{2} a^2 = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\right) \cdot a^2$$

L'aire grise de la figure de gauche de l'exercice 7) est le double de celle calculée ici.

L'aire grise de la figure de droite de l'exercice 7) est quatre fois la même aire obtenue avec une valeur de  $a$  deux fois plus petite, donc une valeur de  $a^2$  quatre fois plus petite. On multiplie donc l'aire par 4 puis on la divise par 4, ce qui fait que les aires des deux figures sont les mêmes et égales à :

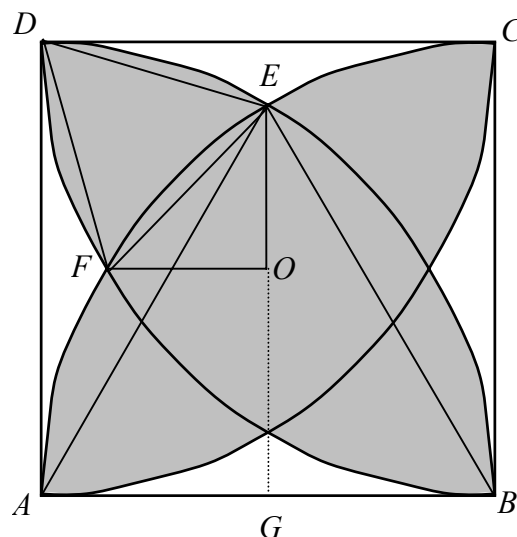
$$\underline{\underline{\left(\frac{\pi}{2} - 1\right) \cdot a^2}}$$



8) Cet exercice est difficile et passe par plusieurs étapes.

- α) Le triangle  $ABE$  est équilatéral car ses trois côtés sont de longueur  $a$ . Donc ses angles sont de  $60^\circ$ .  
 Donc l'angle en  $A$  du triangle  $ADE$  est de  $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ .  
 De même l'angle en  $C$  du triangle  $CFD$  est aussi de  $30^\circ$ . Le côté  $CF$  n'a pas été dessiné.

- β) L'aire grise égale quatre fois l'aire grise délimitée par les lignes allant de  $D$  à  $F$  à  $O$  à  $E$  à  $D$ .  
 Elle est égale à l'aire du triangle  $DEF$  plus l'aire du triangle  $OEF$  plus la petite aire comprises entre la droite  $DE$  et l'arc de cercle  $DE$  plus l'autre petite aire comprises entre la droite  $DF$  et l'arc de cercle  $DF$ . Ces deux dernières petites aires sont égales à l'aire d'un secteur circulaire de rayon  $a$  et d'angle  $30^\circ$  moins l'aire d'un triangle isocèle ayant les deux côtés isométriques de longueurs  $a$  et un angle de  $30^\circ$  entre eux.



- γ) Sachant que  $AE = a$  et  $AG = a/2$ , on calcule  $GE$  par Pythagore.

$$GE = \sqrt{a^2 - (a/2)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot a \quad OE = GE - a/2 = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a \quad OF = OE = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a$$

$$\text{Donc l'aire du triangle } OEF = \frac{1}{2} \cdot OE^2 = \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{8} \cdot a^2 \approx 0,066987 \cdot a^2$$

$$EF = \sqrt{2 \cdot OE^2} = \sqrt{2} \cdot OE = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a$$

Le triangle  $DEF$  est équilatéral car l'angle en  $D$  égale  $60^\circ$  et les deux autres angles sont égaux.

Nous avons vu à l'exercice 2c série 3 que l'aire d'un triangle équilatérale égale  $\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot c^2$  où  $c =$  longueur d'un côté.

$$\text{Donc l'aire du triangle } DEF \text{ égale } \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot EF^2 = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{(\sqrt{3}-1)^2}{2} \cdot a^2 \approx 0,116025 \cdot a^2$$

$$\text{L'aire du secteur circulaire égale } \frac{30}{360} \cdot \pi \cdot a^2 = \frac{\pi \cdot a^2}{12}$$

Nous avons vu à l'exercice 2d série 3 que l'aire d'un triangle isocèle d'angle  $30^\circ$  égale  $\frac{1}{4} \cdot a^2$   
 où  $a =$  longueur d'un côté.

$$\text{Donc l'aire du triangle } ADE \text{ égale } \frac{1}{4} \cdot a^2 = 0,25 \cdot a^2$$

- δ) L'aire grise délimitée par les lignes allant de  $D$  à  $F$  à  $O$  à  $E$  à  $D$  égale environs :  
 $0,066987 \cdot a^2 + 0,116025 \cdot a^2 + (\pi/12) \cdot a^2 - 0,25 \cdot a^2 \approx 0,194811 \cdot a^2$

$$\text{L'aire grise totale égale quatre fois cette aire } \underline{\underline{\approx 0,77924 \cdot a^2}}$$