

Voici différentes réponses de factorisation d'expressions qui ont été données par des élèves lors des années précédentes. Dans chaque cas, **indiquez toutes les réponses correctes**.

Il peut y en avoir zéro, une seule ou plusieurs qui sont correctes.

1. En factorisant $20a^8 - 15a^4 + 5a^2$, on obtient :

- 1 $5a^2 \cdot (4a^4 - 3a^2 + 1)$
 2 $5a^2 \cdot (4a^6 - 3a^2 + 1)$
 3 $a^2 \cdot (20a^6 - 15a^2 + 5)$
 4 $5a^2 \cdot (4a^6 - 3a^2)$

2. $9b^2 - 25$ correspond à :

- 1 $(3b - 5)^2$
 2 $(3b + 5) \cdot (3b - 5)$
 3 $3b \cdot (b - 25)$

3. $x^3 + 8$ se factorise en :

- 1 $(x + 2) \cdot (x^2 - 4x + 4)$
 2 $(x - 2) \cdot (x^2 + 4x + 4)$
 3 $(x + 2) \cdot (x^2 - 2x + 4)$
 4 $(x + 2)^3$

4. La factorisation maximale de $a^4 - 9$ est :

- 1 $(a^2 + 3) \cdot (a^2 - 3)$
 2 $(a + 3)^2$
 3 $(a^2 + 3) \cdot (a + \sqrt{3}) \cdot (a - \sqrt{3})$

5. L'expression $x^2 - 3x - 10$ a comme écriture factorisée :

- 1 $(x - 2) \cdot (x - 5)$
 2 $(x - 2) \cdot (x + 5)$
 3 $(x + 2) \cdot (x - 5)$

6. L'expression $x^2 - 7x - 10$ a comme écriture factorisée :

- 1 $(x - 2) \cdot (x - 5)$
 2 $(x - 2) \cdot (x + 5)$
 3 $(x + 2) \cdot (x - 5)$

7. $(2x - 3) \cdot (2x + 3) + (3 - 2x) \cdot (x - 4)$ peut s'écrire :

- 1 $(2x - 3) \cdot (x + 7)$
 2 $(2x - 3) \cdot (x - 1)$
 3 $(2x - 3) \cdot (3x - 1)$
 4 $(2x - 3) \cdot (2x + 3) \cdot (-x + 4)$
 5 $-(2x - 3)^2 \cdot (3x - 1)$

8. La factorisation de $(x - y)^2 - (x - y)$ est :

- 1 $(x - y)^3$
 2 $-(x - y)^3$
 3 $(x - y) \cdot (x - y - 1)$

9. L'expression $(a - b) \cdot x + a - b$ se factorise en :

- 1 $(a - b) \cdot x$
 2 $(a - b) \cdot (x + 1)$
 3 $(a - b)^2 \cdot (x + 1)$

10. $(a - b) \cdot x + b - a$ se factorise en :

- 1 $(a - b) \cdot (x + 1)$
 2 $(-a - b) \cdot (1 - x)$
 3 $(a - b) \cdot (x - 1)$
 4 $(b - a) \cdot (1 - x)$

11. $6a + 15a^2 - 2b - 5ab$ peut se factoriser comme :

- 1 $3a \cdot (2 + 5a) - b \cdot (2 + 5a)$
 2 $(3a - b) \cdot (2 + 5a)^2$
 3 $(2 + 5a) \cdot (3a - b)$
 4 $-(3a + b) \cdot (2 + 5a)^2$

12. $x^6 + 8x^4 - x^2 - 8$ se factorise par les étapes suivantes :

- ❶ $x^2 \cdot (x^3 - 1) + 8 \cdot (x^2 - 1) = x^2 \cdot (x - 1) \cdot (x^2 + x + 1) + 8 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1) =$
 $= (x - 1) \cdot [x^2 \cdot (x^2 + x + 1) + 8 \cdot (x + 1)] = \dots$
- ❷ $x^2 \cdot (x^4 - 1) + 8 \cdot (x^4 - 1) = (x^4 - 1) \cdot (x^2 + 8) = \dots$
- ❸ $x^2 \cdot (x^4 + 8x^2 - 1) - 8 = \dots$
- ❹ $x^2 \cdot (x^4 - 1) + 8 \cdot (x^4 - 1) = (x^4 - 1)^2 \cdot (x^2 + 8) = \dots$
-

13. La factorisation maximale de $27x^4 - 125x$ est :

- ❶ $x \cdot (27x^3 - 125)$ ❷ $x \cdot (3x - 5)^3$ ❸ $x \cdot (3x - 5) \cdot (3x + 5)^2$
 ❹ $x \cdot (3x - 5) \cdot (9x^2 + 15x + 25)$ ❺ $x \cdot (3x + 5) \cdot (9x^2 - 15x + 25)$
-

14. La factorisation de $a^2 - b^2 + 4b - 4$ est donnée par :

- ❶ $(a - b) \cdot (a + b) + 4 \cdot (b - 1)$ ❷ $a^2 - (b + 2)^2$
 ❸ $(a + b - 2) \cdot (a - b - 2)$ ❹ $a^2 - (b - 2)^2$
 ❺ $(a + b - 2) \cdot (a - b + 2)$ ❻ $4 \cdot (b - 1) \cdot (a - b) \cdot (a + b)$
-

15. $(2x - y + z)^2 - (x + y - 1)^2$ se factorise en :

- ❶ $(3x + z - 1) \cdot (x - 2y + z + 1)$ ❷ $(3x + z - 1) \cdot (x + z - 1)$
 ❸ $4x^2 - 4xy + y^2 + 2xz - 2yz + z^2 - (x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y + 1)$
-

16. L'expression $1 - a^2 + 2ab - b^2$ se factorise en :

- ❶ $1 - (a + b)^2$ ❷ $1 - (a - b)^2$
 ❸ $(1 - a + b) \cdot (1 + a - b)$ ❹ $(1 + a + b) \cdot (1 - a - b)$
-

17. $x^6 - 7x^3 - 8$ se factorise au maximum en :

- ❶ $(x^3 - 8) \cdot (x^2 + 1)$ ❷ $(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4) \cdot (x^3 + 1)$
 ❸ $(x - 2) \cdot (x^2 + 2x + 4) \cdot (x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)$ ❹ $(x^3 - 2) \cdot (x^3 - 4)$
 ❺ $(x - 2) \cdot (x + 2)^2 \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)^2$ ❻ $(x^3 - 8) \cdot (x^3 + 1)$
-

18. L'expression $(2x + y - 2)^2 - (2x + y + 2)^2$ se factorise en :

- ❶ $(4x + 2y) \cdot (2y)$ ❷ $(4x + 2y) \cdot (-4)$
 ❸ $-8 \cdot (2x + y)$ ❹ $-8 \cdot (2x - y)$
 ❺ $4x^2 + 4xy + y^2 - 4x - 4y + 4 - (4x^2 + 4xy + y^2 + 4x + 4y + 4)$
-

19. Les quels, parmi les produits proposés sont des écritures factorisées de

- $(5x - 2) \cdot (2 + 5x) - 25x^2 - 20x - 4 - (15x + 6) \cdot (3x - 7)$?
- ❶ $(5x + 2) \cdot [(5x - 2) + (5x + 2) + 3 \cdot (3x - 7)]$ ❷ $(5x + 2) \cdot (-9x + 17)$
 ❸ $(5x - 2) \cdot [(2 + 5x) - (5x - 2) - 3 \cdot (3x - 7)]$ ❹ $-45x^2 + 67x + 34$
 ❺ $(5x + 2) \cdot [(5x - 2) - (5x + 2) - 3 \cdot (3x - 7)]$ ❻ $(5x + 2) \cdot [(5x - 2) - (5x + 2) + 3 \cdot (3x - 7)]$
-

20. $25 - 9x^2 + 6xy - y^2$ peut s'écrire :

- ❶ $(5 + 3x) \cdot (5 - 3x) + y \cdot (6x - y)$
 ❷ $(5 + 3x - y) \cdot (5 - 3x + y)$
 ❸ $(5 + 3x + y) \cdot (5 - 3x - y)$
-

Grille de réponses pour le QCM de factorisation

Dans chaque case de la grille, écrivez **V** (vrai) ou **F** (faux) si vous êtes absolument sûr de votre réponse et **?** lorsque vous avez un doute.

Questions	Réponses					
	①	②	③	④	⑤	⑥
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						

Grille de réponses correctes pour le QCM de factorisation

Questions	Réponses					
	❶	❷	❸	❹	❺	❻
1		V	V			
2		V				
3			V			
4			V			
5			V			
6						
7	V					
8			V			
9		V				
10			V	V		
11			V			
12		V				
13				V		
14					V	
15	V					
16			V			
17			V			
18		V	V			
19		V			V	
20	V	V				

Corrigé du QCM de factorisation

1. La réponse la plus complète est la **2**, puisque c'est le plus grand facteur commun, $5a^2$, qui est mis en évidence.
La réponse **3** est aussi correcte, mais on peut poursuivre la factorisation en mettant encore 5 en évidence.
1 : faux à cause des exposants. En effet, si on développait, cela donnerait $20a^6 - \dots$ au lieu de $20a^8 - \dots$.
4 : l'erreur se situe dans la factorisation elle-même, puisque un terme a été oublié. En effet, si on distribue, on obtient 2 termes : $20a^8 - 15a^4$, il manque donc le terme $+5a^2$.
-
2. Seule la réponse **2** est vraie. Il s'agit directement de l'identité remarquable $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$.
1 : correspond à une autre identité.
3 : faux, car le facteur $3b$ apparaît dans $9b^2$, mais pas dans 25. On ne peut donc pas le mettre en évidence.
-
3. Il s'agit de l'identité $A^3 + B^3 = (A + B) \cdot (A^2 - AB + B^2)$. La réponse exacte est donc la **3**.
1 : faux à cause du $4x$. Il faut en effet faire AB (ici $x \cdot 2$) et non $2AB$ (ici $2 \cdot x \cdot 2$). Il n'y a pas de double produit dans cette identité.
2 : contient deux fautes : comme la **1**, le double produit et de plus ce n'est pas la bonne identité.
4 : faux car $x^3 + 2^3 \neq (x + 2)^3$.
-
4. Il s'agit de l'identité $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$ que l'on peut appliquer deux fois.
La réponse exacte est la **3**.
1 : est un début de factorisation, mais le facteur $a^2 - 3$ peut encore se factoriser en $(a + \sqrt{3}) \cdot (a - \sqrt{3})$.
2 : faux car $(a + 3)^2 = a^2 + 6a + 9$.
-
5. C'est l'identité $(X + A) \cdot (X + B) = X^2 + (A + B) \cdot X + AB$, avec $A + B = -3$ et $AB = -10$.
C'est possible si on remplace A et B par -5 et +2. La bonne réponse est donc la **3**.
La **1** donne $x^2 - 7x + 10$ et la **2** donne $x^2 + 3x - 10$, revoir cette identité dans le cours.
-
6. Même identité qu'à la question 5, mais ici il faut que $A + B = -7$ et $AB = -10$.
Ce qui n'est vérifié par aucune valeur entière de A et B, donc aucune des réponses proposées n'est correcte.
La **1** donne $x^2 - 7x + 10$, la **2** donne $x^2 + 3x - 10$ et la **3** donne $x^2 - 3x - 10$.
Revoir cette identité dans le cours.
-
7. La factorisation correcte est la **1**. Il fallait remarquer que $3 - 2x = -(2x - 3)$, puis mettre en évidence $2x - 3$, qui multiplie alors $[(2x + 3) - (x - 4)]$, que l'on réduit.
2 : vous avez oublié de distribuer le signe - de $-(x - 4)$ sur le -4.
3 : vous avez remplacé le signe - de $-(x - 4)$ par un signe +.
4 et **5** : vous devez revoir la démarche complète de la factorisation.
-
8. Une seule réponse est exacte : la **3**, puisqu'il fallait mettre $(x - y)$ en évidence, qui multiplie alors $[(x - y) - 1]$.

9. La seule réponse exacte est la **2**, puisqu'il fallait mettre $(a - b)$ en évidence, qui multiplie alors $[x + 1]$.
-
10. Après avoir remplacé $b - a$ par $-(a - b)$, le processus est le même que pour la question 9. Ce qui montre que **3** est une bonne réponse. En remplaçant $(a - b) \cdot x$ par $-x \cdot (b - a)$ et en mettant $(b - a)$ en évidence, on obtient la réponse **4**, qui est donc aussi correcte. **1** et **2** contiennent des fautes de signes.
-
11. Il faut factoriser ici par groupement par 2, puisqu'on a alors le même facteur qui apparaît deux fois et que l'on peut donc mettre en évidence. On obtient la réponse **3**. **1** est bien équivalent à l'expression de l'énoncé, mais représente une étape intermédiaire pour la factorisation et non le résultat factorisé, comme demandé dans l'énoncé. Cette réponse est donc incorrecte. En développant les réponses **2** et **4**, on obtient un terme en a^3 , donc elles ne peuvent pas être correctes.
-
12. Il faut procéder par groupement par 2. Cela fait apparaître alors le même facteur que l'on peut mettre en évidence. Cette démarche est illustrée par la réponse **2** qui est la seule correcte. **1** : faux à cause d'une erreur de puissance au début : $x^6 \neq x^2 \cdot x^3$. La suite par contre serait juste. **3** : faux car bien que ce soit une expression égale à celle de l'énoncé, elle ne mène à aucune factorisation. On ne peut pas continuer pour réussir une factorisation. **4** : faux lors de la deuxième étape.
-
13. Une seule réponse correcte : la **4**. Il faut mettre le x en évidence, puis reconnaître l'identité : $A^3 - B^3 = (A - B) \cdot (A^2 + AB + B^2)$. **1** : représente une factorisation, mais pas maximale. Posez-vous toujours la question : "puis-je factoriser encore plus ?". **2** : faux puisque $A^3 - B^3 \neq (A - B)^3$ **3** : faux car $9x^2 + 15x + 25 \neq (3x + 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$. (**4** ne se factorise pas plus.) **5** : mauvais choix de l'identité, à cause des signes. $A^3 + B^3 = (A + B) \cdot (A^2 - AB + B^2)$
-
14. La réponse exacte est la **5**. Pour l'obtenir, il faut écrire l'expression sous la forme $a^2 - (b^2 - 4b + 4)$ (attention aux fautes de signes) pour voir apparaître une différence de deux carrés $a^2 - (b - 2)^2$ puis la factoriser grâce à l'identité $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$. **1** : faux car bien que ce soit une expression égale à celle de l'énoncé, elle ne mène à aucune factorisation. On ne peut pas continuer pour réussir une factorisation. **2** et **3** : les fautes sont dues aux signes devant le nombre 2. **4** : représente une étape intermédiaire, mais pas une expression factorisée. La réponse est donc considérée comme fautive. **6** : faux car le développement de la réponse fait apparaître un $-4b^3$ qui n'existe pas dans l'énoncé.
-
15. Le résultat s'obtient directement en appliquant l'identité $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$ à l'expression de l'énoncé, puis en réduisant l'intérieur de chaque parenthèse (attention aux signes !). On trouve la réponse **1**. **2** : faux à cause d'erreurs de signes dans la seconde parenthèse. **3** : faux car ne correspond pas à une factorisation, mais plutôt au début d'un développement non réduit (juste par ailleurs).

16. Même principe ici que pour la question 14 : écrire l'expression sous la forme $1^2 - (a - b)^2$ (attention aux fautes de signes), puis factoriser en $(1 + (a - b)) \cdot (1 - (a - b))$ et réduire. On obtient la réponse **3**. (Les deux parenthèses peuvent être commutées).
2 : faux car ce n'est que l'étape intermédiaire vers la factorisation.
1 et **4** : contiennent des erreurs de signes.
-
17. La seule réponse correcte est la **3**. En effet, il faut factoriser en plusieurs étapes, selon les identités $(X + A) \cdot (X + B) = X^2 + (A + B) \cdot X + AB$ (ici $X = x^3$, $A = -8 = -2^3$, $B = +1 = 1^3$), puis $A^3 - B^3 = (A - B) \cdot (A^2 + AB + B^2)$ (ici $A = x$ et $B = 2$) et $A^3 + B^3 = (A + B) \cdot (A^2 - AB + B^2)$ (ici $A = x$ et $B = 1$)
 Les réponses **2** et **6** sont bien des factorisations, mais pas maximales. Ce sont des étapes intermédiaires. Posez-vous toujours la question : "puis-je factoriser encore plus ?".
1 : faux à cause d'une erreur de puissance : $x^6 \neq x^3 \cdot x^2$. De plus la factorisation n'est pas maximale.
4 : donne $x^6 - 6x^3 + 8$, donc ne correspond pas à l'énoncé.
5 : contient deux fois la faute du double produit qui existe bien dans le développement de $(A \pm B)^2$, mais pas dans $A^2 \pm AB + B^2$.
-
18. Comme pour la question 15 : appliquez l'identité $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$, puis réduire en faisant attention aux signes. On trouve la réponse **2**, que l'on peut aussi écrire (en factorisant au maximum) comme la **3**, en mettant 2 en évidence. Donc deux réponses sont justes ici.
1 : faux à cause d'erreurs de signes dans la seconde parenthèse.
4 : aussi faux à cause d'erreurs de signes.
5 : faux car ne correspond pas à une factorisation, mais plutôt au début d'un développement non réduit (juste par ailleurs).
-
19. Deux réponses sont correctes : la **2** et la **5**. La **2** étant "meilleure" car la seconde parenthèse y est réduite. On arrive à cette factorisation en remarquant que les 3 termes centraux $-25x^2 - 20x - 4$ valent $-(5x + 2)^2$ et que $15x + 6 = 3 \cdot (5x + 2)$. On peut alors mettre en évidence le facteur $(5x + 2)$ qui apparaît dans les trois termes de l'expression. On obtient l'expression **5**, puis en la réduisant, la **2**.
1 et **6** : les erreurs sont dues aux signes.
3 : faux car on ne peut pas mettre en évidence le facteur $5x - 2$ puisqu'il n'apparaît pas dans le dernier terme $(15x + 6) \cdot (3x + 7)$.
4 : représente le développement de la **2**, mais ce n'est pas une factorisation.
-
20. Deux réponses sont correctes : **1** et **2**, mais seule la **2** correspond à une factorisation. On l'obtient en remarquant que l'on peut écrire l'expression de l'énoncé sous la forme $5^2 - (3x - y)^2$, puis en la factorisant selon l'identité $A^2 - B^2 = (A + B) \cdot (A - B)$.
 La **1** s'obtient en considérant l'identité $5^2 - (3x)^2 = (5 + 3x) \cdot (5 - 3x)$ et la factorisation $6xy - y^2 = y \cdot (6x - y)$. Elle est bien égale à l'expression de l'énoncé, mais n'est pas utile pour faire une factorisation, car elle ne contient pas de facteur commun.
 Le seul chemin pour trouver la factorisation de l'expression donnée est celui décrit pour **2**.
3 : faux à cause des signes.
-