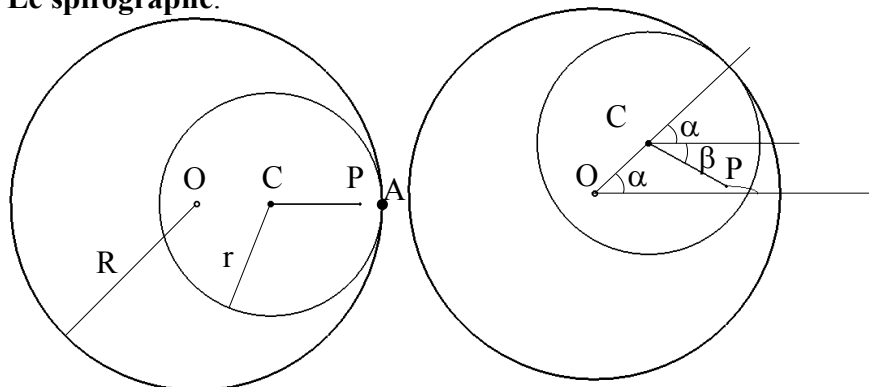


## Le spirographe.



Un spirographe est composé d'un grand disque fixe de centre  $O$  et de rayon  $R$  et d'un petit disque mobile de centre  $C$  et de rayon  $r$ . Le petit disque est en contact permanent avec le grand disque et ne glisse jamais au point de contact.

Un point  $P$  est fixé sur le petit disque et laissera une trace lorsque ce dernier se déplacera. Aidez-vous des images.

$O$  est l'origine, de coordonnées  $(0, 0)$ .

Paramètres :

$R$  = rayon du grand disque.

$r_C$  = rayon du petit disque.

$r_P$  = distance entre le centre  $C$  du petit disque et le point  $P$  laissant une trace.

Premiers essais avec :  $R = 60$  ;  $r_C = 20$  ;  $r_P = 15$ .

### Construction :

- Zoomez le graphique, pour que  $y = -60$  et  $y = 70$  soient visibles.
- En haut de page, placez un curseur pouvant aller de  $0$  à  $20\pi$ , de longueur 1000, d'incrément 0.01. Nommez-le  $t$ , «  $t$  » pour temps ou pour angle en radians.  
Au départ,  $t \approx 0.4$  pour faciliter les constructions.
- Juste en dessous, placez un curseur pouvant aller de  $0$  à  $60$ , de longueur 1000, d'incrément 1. Nommez-le  $r_C$ , qui s'affichera  $r_C$ .  
Au départ,  $r_C = 20$ .
- Juste en dessous, placez un curseur pouvant aller de  $0$  à  $r_C$ , de longueur 1000, d'incrément 0.1. Nommez-le  $r_P$ , qui s'affichera  $r_P$ .  
Au départ,  $r_P = 15$ .
- Placez un point à l'origine que vous nommerez  $O$ .
- Placez un point  $A$  en  $(60, 0)$ .
- Tracez le cercle de centre  $O$ , passant par  $A$ .
- Placez un point  $C_0$  en  $(x(A) - r_C, 0)$ .  
Pour cela, tapez dans la ligne de saisie :  $C_0 = (x(A) - r_C, 0)$
- Construisez le point  $A'$  qui est une rotation de  $A$ , d'angle  $t$  dans le sens anti-horaire, de centre  $O$ . Vous pouvez utiliser l'outil « Rotation » ou taper  
 $A' = \text{Rotation}[A, t, O]$  (Attention,  $O \neq 0$ )
- Construisez le point  $C$  qui est une rotation de  $C_0$ , d'angle  $t$  dans le sens anti-horaire, de centre  $O$ .
- Tracez le cercle de centre  $C$  et de rayon  $r_C$ . Vous pouvez utiliser l'outil « Cercle (centre-rayon) » ou taper  $\text{Cercle}[C, r_C]$  (C'est aussi le cercle passant par  $A'$ )
- Tracez le cercle de centre  $C$  et de rayon  $r_P$ .
- Tracez le segment  $[C, A']$  allant de  $C$  à  $A'$ .
- Définissez le point  $P$  comme étant l'intersection du segment et du cercle construits juste avant.
- Cachez le cercle de centre  $C$  et de rayon  $r_P$ , il n'est utile que pour les constructions.
- Construisez le point  $P'$  qui est une rotation de  $P$ , de centre  $C$  et d'angle :  
**à vous de trouver...** dans le sens horaire.



Jouez en déplaçant le point  $t$  du premier curseur, pour voir le mouvement du point  $P'$ .

A. Activez la trace de  $P'$ , pour voir ce qu'elle donne lorsque  $t$  change.  
En changeant les dimensions de la fenêtre, la trace s'efface.  
Quelle figure obtenez-vous ?

B. Changez la couleur de  $P'$ .  
Changez la valeur de  $r_P$ , puis obtenez la trace en changeant  $t$ .  
La trace, change-t-elle beaucoup par rapport au premier essai ?

Vous pouvez animer  $t$  !

Vous pouvez changer la vitesse d'animation.

C. Déplacez le curseur pour que  $r_C = 15$ . Vous pouvez changer la valeur de  $r_P$ .  
Obtenez la trace.  
Quel changement y a-t-il eu ?

D. Déterminez les bonnes valeurs de  $r_C$  et  $r_P$  pour que la trace soit aussi proche que possible d'un pentagone.

E. Déterminez les bonnes valeurs de  $r_C$  et  $r_P$  pour que la trace soit aussi proche que possible d'un hexagone.

F. Déterminez les bons paramètres pour que la trace soit aussi proche que possible d'un heptagone.

### Challenges :

- i) Tracez un rayon du petit disque, pour qu'on le voit tourner.  
Pour cela il est aussi utile de cacher le segment  $[CA']$  et les points  $P$  et  $A'$ .
- ii) Quelle valeur donner à  $r_C$ , avec  $r_P = r_C$ , pour avoir 12 sommets ?
- iii) Lorsque  $r_C = 33$  et qu'on affiche la trace, la figure n'est pas complète !  
Pourquoi ? Que changer pour qu'elle soit complète ?